

Донбаська державна машинобудівна академія

Кафедра Підйомно-транспортних машин

Розглянуто і схвалено  
на засіданні кафедри підйомно-  
транспортних машин  
Протокол № 8 від 18 квітня 2019 р.

## КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

з дисципліни

«Динаміка підйомно-транспортних, будівельних і дорожніх машин»

галузь знань 13 – «Механічна інженерія»

спеціальність 133 – «Галузеве машинобудування»

ОПП (ОНП) «Галузеве машинобудування»

Професійне спрямування Підйомно-транспортні машини

Факультет Машинобудування

Розробник: Дорохов М.Ю., зав. кафедри ПТМ, к.т.н., доцент

Краматорськ – 2019 р.

## Лекція 1-2. Пружні коливання. Вільні коливання системи із одним ступенем рухомості

Усі коливальні процеси, з якими доводиться зустрічатися у фізику й техніку, можна класифікувати відповідно до закону, по якому величина, що характеризує коливальний процес, змінюється в часі. Таку класифікацію можна назвати кінематичною в широкому змісті цього слова. Коливання можуть бути періодичними й неперіодичними. Крім того, є широкий проміжний клас так званих майже періодичних коливань.

Періодичні коливання описуються періодичною функцією, значення якої повторюється через певний відрізок часу  $T$ , називаний періодом коливань, тобто  $f(t + T) = f(t)$  при будь-якому значенні змінної  $t$ .

Неперіодичними називаються функції, що не задовольняють зазначеній умові.

Майже періодичні функції визначаються умовою

$$|f_1(t + \tau) - f_1(t)| < \varepsilon$$

при кожному  $t$ , де  $\tau$  й  $\varepsilon$  – певні постійні величини. Очевидно, що якщо  $\varepsilon$  дуже мало в порівнянні із середнім значенням модуля функції  $f_1(t)$  за час  $t$ , то майже періодична функція буде близька до періодичної, у якій  $\tau$  буде майже періодом.

До найпоширеніших періодичних коливань ставляться гармонійні коливання,

Неперіодичні коливання набагато різноманітніше періодичних. Такі коливання найчастіше є загасаючими (рис. 1.1, а) або наростаючими (рис. 1, б) гармонійними коливаннями. Загасаючі коливання математично можуть бути представлені вираженням

$$x = A^{-\delta \cdot t} \cos(\omega t + \varphi), \quad (1.1)$$

де  $A, \varphi, \delta$  і  $\omega$  – постійні величини;  $t$  – час.

Наростаючі гармонійні коливання математично описуються аналогічно (1.1), тільки знак при  $\delta t$  повинен бути замінений на протилежний (плюс).

Строго говорячи, назва «загасаючі гармонійні коливання» не зовсім логічно, тому що гармонійні коливання не можуть загасати, Проте на практиці цією назвою користуються.

Класифікація коливальних процесів по зовнішніх ознаках не є достатньою, а тому вона повинна бути доповнена класифікацією коливань по основних фізичних ознаках розглянутих коливальних систем.

При дослідженні коливальних рухів пружних систем важливо знати, яке число незалежних параметрів визначає положення системи в кожний даний момент часу. Число таких параметрів називається числом ступенів свободи.

Прикладом системи із двома ступенями свободи може служити невагома балка, що несе дві маси (рис. 1.3). Тут незалежними параметрами, що визначають положення системи в будь-який момент часу, можуть служити переміщення мас  $m_1$  і  $m_2$  щодо положення рівноваги. Збільшуючи число зосереджених мас коливної балки, переходимо в межі до балки з розподіленою по всій довжині масою – коливальній системі (рис. 1.4) з нескінченним числом ступенів волі.

Класифікація механічних коливань може бути проведена й по інших ознаках, Зокрема, прийнято розрізняти наступні чотири типи коливань: вільні коливання, змушені коливання, параметричні коливання й автоколивання.

Вільними (власними) називаються коливання, що виникають в ізольованій системі внаслідок зовнішнього порушення (поштовхів), що викликає в крапок системи початковий відхилення від положення рівноваги, що й тривають потім завдяки наявності внутрішніх пружних сил, що відновлюють рівновагу. Необхідна енергія, що забезпечує процес коливань, надходить ззовні в початковий момент порушень коливань. Період коливань (час одного повного коливання) або частота коливань (величина, зворотна періоду) залежить від самої системи. Частота коливань є цілком певною для даної системи й називається власною частотою коливань системи, Вільні коливання через втрати енергії в системі практично завжди є

загасаючими, хоча при аналізі вільних коливань зазначеними втратами енергії часто зневажають.

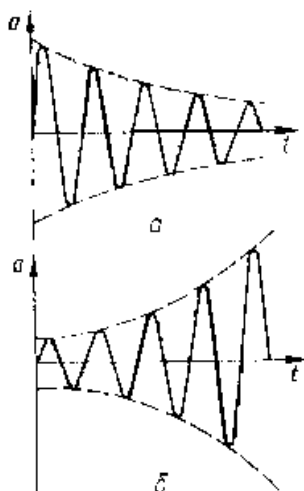


Рисунок 1.1 – Розгорнення загасаючих (а) і наростаючих (б) коливань

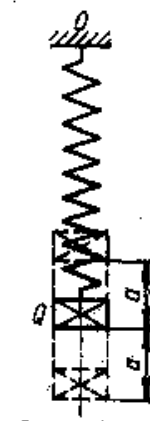


Рисунок 1.2 – Модель коливальної системи

Вимушеними називаються коливання пружної системи, що відбуваються при дії на систему (протягом усього процесу коливань) заданих зовнішніх періодично мінливих сил, що змушують. Характер коливального процесів при цьому визначається не тільки властивостями системи, але суттєво залежить також від зовнішньої сили. Прикладом змущених коливань можуть служити поперечні коливання балки (рис. 1.5), викликані неврівноваженою масою ротора й усталеного на ній працюючого електромотора.

Вимушені коливання відбуваються із частотою сили, що змушує, і підтримуються за рахунок безперервного вступу енергії ззовні. При збігу частоти сил, що змушують, із частотою власних коливань системи настає резонанс, що характеризується різким зростанням амплітуди змущених коливань, що представляють небезпека для роботи розглянутої механічної коливальної системи.

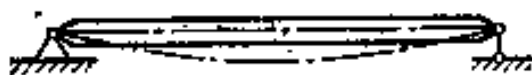


Рисунок 1.3 – Модель із двома ступенями свободи

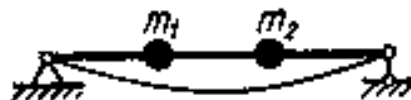


Рисунок 1.4 – Розподіл мас по довжині

Параметричними називаються коливання пружної системи, у процесі яких періодично змінюються фізичні параметри системи – величини, що характеризують масу або твердість системи. При цьому зовнішні сили не впливають безпосередньо на коливальний рух, а змінюють фізичні параметри системи. Прикладом параметричних коливань можуть служити поперечні коливання маси на обертовому стрижні некруглого перетину, що мають різний екваторіальний момент інерції відносно взаємно перпендикулярних осей.



Рисунок 1.5 – Поперечні коливання балки

Автоколиваннями, або самоколиваннями пружної системи називаються незатухаючі коливання, підтримувані такими зовнішніми силами, характер впливу яких визначається самим коливальним процесом.

Автоколивання виникають у системі під час відсутності зовнішніх періодичних впливів. Характер коливань визначається винятково пристроєм системи. Джерело енергії, що заповнює втрати енергії в системі в процесі її коливань, становить невід'ємну частину системи. Таким чином, автоколивання відрізняються від вільних коливань, що є загасаючими, тим, що вони не загасають. З іншого боку, автоколивання відрізняються від змушених і параметричних коливань, викликаних зовнішніми силами, характер дії яких в обох випадках заданий, тим, що вони є самозбудними коливаннями, у яких процес коливань управляється самими коливаннями.

При поздовжніх коливаннях переміщення всіх крапок пружного стрижня спрямовані уздовж осі стрижня. При цьому має місце деформація подовження або вкорочення стрижня, тобто поздовжні коливання можна називати коливаннями розтягання – стиску.

При поперечних коливаннях основні компоненти переміщень (прогини) спрямовані перпендикулярно до осі стрижня.

При крутильних коливаннях мають місце змінні деформації крутіння. Можливі також гнучко-крутильні коливання, тобто коливання, при яких одночасно мають місце змінний вигин і крутіння.

### Вільні коливання систем з одним ступенем рухомості

Найпростішою коливальною системою, з одного ступенем рухомості може служити вантаж, підвішений на вертикально розташованій пружині (рис. 1.7).

Диференціальне рівняння коливань вантажу  $Q$  одержимо, склавши суму проекцій усіх сил (включаючи сили інерції згідно із принципом Даламбера) на вертикальну вісь, у вигляді

$$Q + cx - \left(Q - \frac{Q}{g} \ddot{x}\right) = 0.$$

$$\text{Звідси } \frac{Q}{g} \ddot{x} + cx = 0, \text{ або } \ddot{x} + \omega^2 x = 0. \quad (1.2)$$

де  $x$  – вертикальне переміщення вантажу від положення статичної рівноваги;  $\ddot{x} = d^2 x / dt^2$ ,  $t$  – час;  $c$  – жорсткість пружини;  $g$  – прискорення вільного падіння;  $\omega$  – кутова частота вільних коливань

$$\omega^2 = \frac{cg}{Q} = \frac{g}{\Delta_{cm}}; \quad (1.3)$$

$\Delta_{cm} = Q/c$  – величина подовження пружини при статичній дії вантажу  $Q$ .

Розв'язком рівняння (1.2) буде

$$x = A \cos \omega t + B \sin \omega t, \quad (1.4)$$

де  $A$  і  $B$  – постійні інтегрування, що залежать від початкових умов.

Якщо задані початкова координата вантажу  $x_0$  і початкова швидкість  $v_0 = \dot{x}$  при  $t = 0$ , то з (2.4) визначимо

$$A = x_0; \quad B = \frac{v_0}{\omega}. \quad (1.5)$$

$$\text{Уважаючись } x_0 = a \sin \alpha, \quad \frac{v_0}{\omega} = a \sin \alpha \quad (1.6)$$

розв'язок (1.4) можна представити у вигляді  $x = a \sin(\omega t + \alpha)$ ,

де  $a$  – амплітуда коливань, обумовлена формулою

$$a = \sqrt{A^2 + B^2} = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}.$$

Величина  $\omega t + \alpha$  називається фазою коливань, а величина  $\alpha$  - зсувом фази. На підставі (2.6)  $\alpha$ , може бути визначене з умови

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{x_0 \omega}{v_0}.$$

Кутова частота коливання (число коливань, чинене протягом  $2\pi$  секунд) на підставі (1.3) буде

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta_{cm}}} \quad (1.7)$$

Або  $\omega = \sqrt{\frac{c}{m}},$

де  $m = Q/g$  - маса підвішеного вантажу.

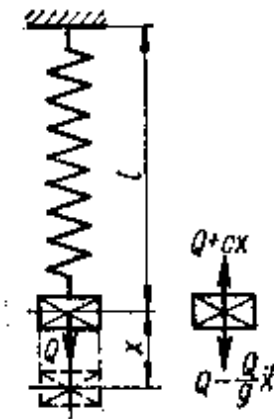


Рисунок 1.7 – Модель найпростішої коливальної системи

Знаючи кутову частоту, можна визначити період коливань

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta_{cm}}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c}}.$$

Число коливань у секунду, тобто секундна частота, що виражається в герцах, визначиться формулою

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}.$$

При коливаннях вантажу, підвішеного на кінці пружини, що представляє собою стрижень довжиною  $l$  із твердістю поперечного перетину на розтягання  $EF$  і жорсткістю

$$c = \frac{EF}{l},$$

власна частота коливань згідно (2.7) визначиться формулою

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta_{cm}}} = \sqrt{\frac{EFg}{Ql}}. \quad (1.10)$$

Враховуючи, що  $Q/g = m$ , можна записати

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{m}} = \sqrt{\frac{EF}{ml}}. \quad (1.11)$$

З формул (1.10) і (1.11) видно, що частота вільних коливань системи при незмінній масі зростає зі збільшенням твердості й зменшується зі збільшенням маси при незмінній твердості. Відношення частот вільних коливань вантажів, прикріплених до кінців двох різних стрижнів, назад пропорційно кореню квадратному з відношення статичних подовжень стрижнів.

### Лекція 3-4. Крутні коливання систем із одним ступенем рухомості. Вимушені коливання системи із одним ступенем рухомості

Прикладом системи з одного ступенем рухомості може служити також коливальна система, що полягає з масивного диска, прикріпленого до нижнього кінця жорстко закріпленого верхнім кінцем вала (рис. 1.8). Якщо до диска в його площині прикласти й раптово вилучити пари сил, то виникнуть вільні коливання крутіння вала разом з диском. Позначимо крутильну твердість вала (крутний момент, що викликає закручування вала на один радіан) через  $c$  із:

$$c = \frac{GJ_p}{l} = \frac{G\pi d^3}{l \cdot 32}, \quad (1.12)$$

де  $G$  - модуль пружності;  $d$  - діаметр вала;  $l$  - довжина вала.

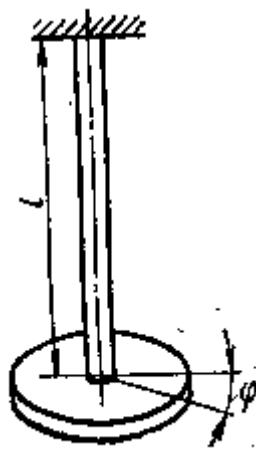


Рисунок 1.8 – Система з одного ступенем свободи

Скориставшись принципом Даламбера (інерцією маси стрижня зневажаємо), одержимо диференціальне рівняння крутильних коливань диска, дорівнявши крутний момент  $c\varphi$ , що діє у валу при його закручуванні на кут  $\varphi$ , моменту сил інерції маси диска:

$$J \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + c\varphi = 0, \quad (1.13)$$

де  $J$  - момент інерції диска щодо осі стрижня, перпендикулярної до площини диска.

Для диска постійної товщини  $h$ , виготовленого з матеріалу з питомою вагою  $\gamma$ , одержимо

$$J = \frac{\pi D^4 h \gamma}{32g} = \frac{QD^2}{8g}. \quad (1.14)$$

Тут  $D$  – діаметр диска;  $Q$  - вага диска.

Для диска змінної товщини

$$J = \frac{2\pi}{g} \int_0^{D/2} h(\rho) \gamma \rho^3 d\rho. \quad (1.15)$$

Позначивши

$$\omega^2 = \frac{c}{J}, \quad (1.16)$$

рівняння (2.13) перепишемо у вигляді

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega^2\varphi = 0. \quad (1.17)$$

Загальний розв'язок цього рівняння буде

$$\varphi = A \cos \omega t + B \sin \omega t. \quad (1.18)$$

Період коливань розглянутої системи

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{c}}. \quad (1.19)$$

Для стрижня постійного діаметра  $d$  з обліком (1.12) маємо

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{32 \cdot l \cdot J}{G \cdot \pi \cdot d^4}}, \quad (1.20)$$

а частота коливань

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\pi \cdot G \cdot d^4}{32 \cdot l \cdot J}}. \quad (1.21)$$

### Вимушені коливання систем з одного ступенем свободи при гармонійному збудженні

Рівняння змущених коливань системи з одного ступенем свободи (рис. 1.7) одержимо, якщо в (1.2) крім сил інерції  $\frac{Q}{g}\ddot{x}$  й сил пружності, що діють на вантаж  $Q$ , урахуємо вплив періодичної сили що  $P \cos pt$ :

$$\frac{Q}{g}\ddot{x} + cx = P \cos pt. \quad (1.22)$$

Позначивши  $\frac{cg}{Q} = \omega^2$ ; (1.23)

$$\frac{Pg}{Q} = q, \quad (1.24)$$

де  $p$  - кутова частота сили, що змушує, приведемо рівняння (1.22) до виду

$$\ddot{x} + \omega^2 x = q \cos pt. \quad (1.25)$$

При  $p$  малому в порівнянні з  $\omega$  членом  $\ddot{x}$  можна зневажити й уважати, що має місце тільки статична деформація, максимальне значення якої

$$x_{cm} = \frac{q}{\omega^2}. \quad (1.26)$$

Для визначення динамічної деформації необхідно розв'язати рівняння (2.25). Розв'язок рівняння (2.25) буде складатися із суми загального розв'язку однорідного рівняння (при  $q \cos pt = 0$ )

$$x = A \cos \omega t + B \sin \omega t \quad (1.27)$$

і приватного розв'язку рівняння (1.25)  $x = C \cos pt$ . (1.28)

Підставивши (1.28) в (1.25), знайдемо

$$C = \frac{q}{\omega^2 - p^2}. \quad (1.29)$$

Тоді загальний розв'язок рівняння (1.25) буде

$$x = A \cos \omega t + B \sin \omega t + \frac{q}{\omega^2 - p^2} \cos pt. \quad (1.30)$$

Перші дві складові правої частини (1.30) характеризують вільні коливання, які звичайно швидко загасають; останнє характеризує змушені, що встановилися коливання з кутовою частотою  $p$  (з періодом  $T_1 = 2\pi/p$  або частотою  $f = p/2\pi$  Гц) і амплітудою  $C = q/\omega^2 - p^2$ . Амплітуда змушених коливань суттєво залежить від співвідношення власної  $\omega$  і змушеної  $p$  частот коливань і може бути охарактеризована так званим коефіцієнтом динамічного посилення.

$$\beta = \frac{C}{x_{cm}} = \frac{q}{\omega^2 - p^2} : \frac{\omega^2}{\omega^2 - p^2} = \frac{1}{1 - \frac{p^2}{\omega^2}} \quad (1.31)$$

або 
$$\beta = \frac{1}{1 - \frac{T^2}{T_1^2}}, \text{ де } T_1 = \frac{2\pi}{p}; T = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (1.32)$$

Як видно з (1.31), при малому відношенні  $p/\omega$   $\beta \rightarrow 1$  й  $C \rightarrow x_{cm}$ . Коли ж частота змушених коливань  $p \rightarrow \omega$ , тобто  $p/\omega \rightarrow 1$ , те  $C \rightarrow \infty$ . Коли  $p = \omega$ , має місце стан резонансу. Відповідна частота сили, що  $p = p_{кр}$  змушує, при цьому називається критичної. Графік залежності  $|\beta| = f(p/\omega)$ , наведений на рис. 1.9, що й представляє собою так звану амплітудно-частотну характеристику дозволяє проаналізувати поведінка коливальної системи залежно від співвідношення частот вільних  $\omega$  і змушених  $p$  коливань.

Рівняння вільних коливань системи з одним ступенем свободи (рис. 1.10, а) з урахуванням опору, пропорційного швидкості руху коливного вантажу, одержимо з розгляду умов його динамічної рівноваги:

$$Q - \frac{Q}{g} \ddot{x} - \alpha \dot{x} = Q + cx, \text{ або } \ddot{x} + 2n\dot{x} + \omega^2 x = 0, \quad (1.33)$$

де  $\alpha$  - коефіцієнт пропорційності;  $\alpha \dot{x}$  - сила опору.



Рисунок 1.9 – Приклад амплітудно-частотної характеристики

### Лекція 5. Коливання системи із одним ступенем рухомості із врахуванням опору

У рівнянні (1.33)  $\omega^2 = \frac{cg}{Q}$ ;  $2n = \frac{\alpha g}{Q}$ . (1.34)

Позначимо  $\omega_1^2 = \omega^2 - n^2$ . (1.35)

Розв'язок рівняння (1.33) буде

$$x = e^{-nt} (A \sin \omega_1 t + B \cos \omega_1 t). \quad (1.36)$$

Період загасаючих коливань розглянутої системи



$$T = \frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega^2 - n^2}}, \quad (1.37)$$

де  $n$  - коефіцієнт, що характеризує, здатність коливальної системи до демпфування.

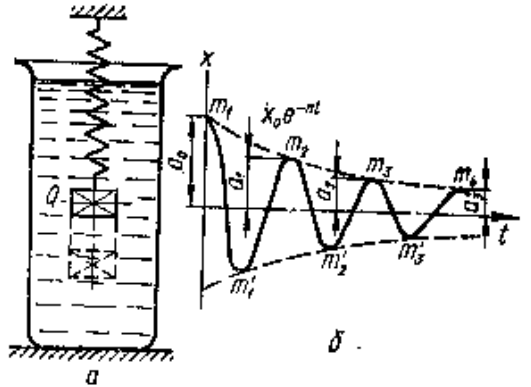


Рисунок 1.10 - Вільні коливання системи з одним ступенем свободи з урахуванням опору

З (1.36) видно, що через множник  $e^{-nt}$  амплітуда коливаний із часом зменшується - коливання загасають. Постійні інтегрування  $A$  і  $B$  у розв'язку (1.36) визначаються з початкових умов. Так, уважаючись, що при  $t = 0$   $x = x_0$ ,  $\dot{x} = \dot{x}_0$ , знаходимо

$$B = x_0; \quad A = \frac{1}{\omega_1}(\dot{x}_0 + nx_0).$$

У цьому випадку розв'язок (1.36) може бути представлено у вигляді

$$x = e^{-nt} \left[ \frac{x_0}{\omega_1} \sin \omega_1 t + x_0 \left( \cos \omega_1 t + \frac{n}{\omega_1} \sin \omega_1 t \right) \right]. \quad (1.38)$$

В окремому випадку, коли  $A = 0$ , тобто коли  $\frac{\dot{x}_0}{\omega_1} + \frac{nx_0}{\omega_1} = 0$ , рівняння (1.38) прийме вид

$$x = x_0 e^{-nt} \cos \omega_1 t.$$

Графічно це рівняння представлено на рис. 1.10, б. Зменшення амплітуди впливає геометричної прогресії. Дійсно, при  $t = 0; T; 2T; \dots$  амплітуди відповідно мають значення

$$a_0 = x_0; \quad a_1 = x_0 e^{-nT}; \quad a_2 = x_0 e^{-2nT}; \quad \dots$$

$$\frac{a_0}{a_1} = \frac{a_1}{a_2} = \dots = \frac{a_k}{a_{k+1}} = e^{nT}, \quad \text{звідки}$$

$$\ln \frac{a_k}{a_{k+1}} = \ln e^{nT} = nT = \delta. \quad (1.39)$$

Величина  $\delta$  називається логарифмічним декрементом коливаний і звичайно є основною характеристикою загасання коливаний, або характеристикою властивостей, що демпфують, коливальної системи.

### Вимушені коливання системи з одним ступенем рухомості з урахуванням опору

Згідно даним попередніх розділів диференціальне рівняння змущених коливаний системи, наведеної на рис. 1.10, а, при дії зовнішньої сили, що  $P \sin pt$  змушує, повинне бути записане в остаточному виді

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + \omega^2 x = q \sin pt, \quad (1.40)$$

де, як і раніше

$$\omega^2 = \frac{cg}{Q}; \quad q = \frac{Pg}{Q}; \quad n = \frac{\alpha g}{2Q}. \quad (1.41)$$

Загальний розв'язок рівняння (1.40) буде складатися із суми розв'язку однорідного рівняння (1.33)

$$x = e^{-nt} (A \sin \omega_1 t + B \cos \omega_1 t),$$

де  $\omega_1 = \sqrt{\omega^2 - n^2}$ , і приватного розв'язку рівняння (1.40)

$$x = K \sin pt + L \cos pt. \quad (1.42)$$

Після підстановки (1.42) в (1.40) знайдемо

$$K = \frac{q(\omega^2 - p^2)}{(\omega^2 - p^2)^2 + 4p^2n^2}; \quad L = -\frac{2qpn}{(\omega^2 - p^2)^2 + 4p^2n^2}. \quad (1.43)$$

Тоді загальний розв'язок рівняння (2.40) буде мати вигляд

$$x = e^{-nt} (A \sin \omega_1 t + B \cos \omega_1 t) - \frac{2qpn}{(\omega^2 - p^2)^2 + 4p^2n^2} \cos pt - \frac{q(\omega^2 - p^2)}{(\omega^2 - p^2)^2 + 4p^2n^2} \sin pt \quad (1.44)$$

Оскільки згодом вільні коливання, що характеризуються членом, що містять множник  $e^{-nt}$ , загасають, то при коливаннях, що встановилися, змушені коливання системи будуть характеризуватися останніми двома членами правої частини розв'язку (1.44), пропорційними  $q$ .

Період незатухаючих коливань буде  $T_1 = \frac{2\pi}{p}$ .

**Література до лекцій 1-5:** [5] с. 59-64; [14] с. 510-520.

### Контрольні питання до лекцій 1-5:

- 1 Наведіть класифікацію механічних коливань.
- 2 Що таке кутова частота вільних коливань?
- 3 Що таке фаза вільних коливань?
- 4 Які існують умови виникнення резонансу?
- 5 Що таке логарифмічний декремент затухання коливань?

### Лекція 6. Навантаження, що виникають у підйомно-транспортних машинах від інерційних та крутних параметрів

Розрізняють сили інерції, викликані пусками й гальмуваннями механізмів крана; виникаючі при нерівномірному русі елементів стрілового пристрою при частоті, що встановився, обертання двигунів або при зміні частоти обертання в результаті коливань величини навантаження (двигуни з м'якою характеристикою); при обертанні елементів (відцентрові сили інерції) і спільній роботі механізмів повороту й зміни вильоту (кориолісові сили інерції); викликані поштовхами через нерівності шляхів пересування; при наїзді на кінцеві упори (буфери); викликані хитавицею плавучих споруджень.

У результаті взаємодії сил інерції й сил пружності елементів механізмів і металевих конструкцій виникають динамічні навантаження. Вони визначаються шляхом аналізу процесів у відповідній динамічній системі, звичайно описуваних диференціальними рівняннями; при цьому можуть бути враховано багато факторів (засори в передачах, нелінійності в пружних зв'язках, загасання коливань), які дозволяють досить точно відбити процеси, що реально протікають при роботі крана. При ескізному проектуванні для визначення динамічних навантажень застосовуються спрощені формули, отримані при розв'язку диференціальних рівнянь руху, або використовують сили інерції  $F_{in} = ma$ , де  $m$  ~ маса елемента крана, що рухається із прискоренням  $a$ .

При складанні рівнянь рухи можуть використовуватися як силові, так і кінематичні впливи. Якщо на масу  $m$ , підвішену на пружному зв'язку з коефіцієнтом твердості  $z$ , діє мінлива за довільним законом сила  $F(t)$ , то диференціальне рівняння руху має вигляд

$$m\ddot{y} + cy = F(t)$$

де  $v$  - переміщення, відлічуване від положення рівноваги при відсутності зовнішньої сили.

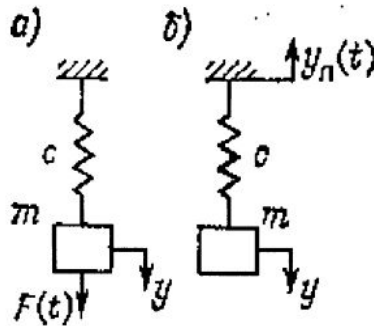


Рисунок 2.1 - Схеми силового (а) і кінематичного (в) впливу

При кінематичному переміщенні крапки закріплення пружному зв'язку за законом  $y_n(t)$  диференціальне рівняння руху маси  $m$ :

$$m\ddot{y} + cy = m\ddot{y}'_n(t)$$

де  $v$  - переміщення маси  $m$  щодо крапки закріплення пружному зв'язку.

Рівняння збігається по виду з рівнянням руху, тому всі виводи, одержувані при дослідженні руху маси  $m$  під дією прикладеної до неї сили, що змушує,  $F(t)$ , можна застосувати й при дослідженні руху, викликуваного переміщенням крапки кріплення пружному зв'язку.

При нульових початкових умовах розв'язок рівняння:

$$y = \frac{1}{mp} \int_0^{t_1} \sin p(t_1 - t) F(t) dt$$

де  $p$  - частота власних коливань вантажу,  $p = \sqrt{c/m}$ . У вираженні  $t_1$  слід розглядати як постійну величину.

Якщо на масу  $m$  діє обмежена лінійно зростаюча навантаження, то

$$y = y_{cm} \left[ 1 - \frac{2}{pT} \sin \frac{pT}{2} \cos \frac{p(2t - T)}{2} \right],$$

де  $y_{cm} = F_0/c$  - статичний зсув маси  $m$  під дією сили  $F_0$ ;  $T$  - час наростання навантаження.

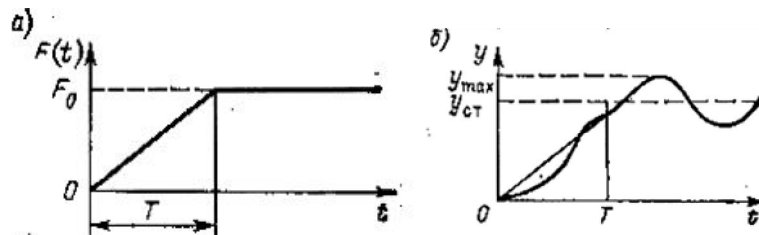


Рисунок 2.2 - Залежності силового впливу (а) і відповідного йому переміщення маси (б) від часу

Найбільше значення переміщення

$$y_{\max} = y_{cm} \left( 1 + \frac{\tau}{\pi T} \left| \sin \frac{\pi T}{\tau} \right| \right),$$

де  $\tau$  - період власних коливань вантажу,  $\tau = 2\pi/p$ . Динамічний коефіцієнт  $\psi$  як відношення максимального переміщення  $y_{\max}$  до статичного  $y_{cm}$ :

$$\psi = 1 + \frac{\tau}{\pi T} \left| \sin \frac{\pi T}{\tau} \right| = 1 + k_H,$$

де  $k_H$  – коефіцієнт наростання навантаження, графік зміни якого залежно від відношення  $T/\tau$  зображений на мал. штриховою лінією. Для практичного застосування  $k_H$  ухвалюється при  $T > 0.5\tau$  по кривій, що обгинає (суцільна лінія). При  $T = 0$  (миттєвий додаток навантаження)  $k_H = 1; \psi = 2$ ; при  $T > 6.5\tau$   $k_H < 0.05; \psi < 1.05$  й з точністю до 5% динамічним впливом навантаження на систему можна зневажити. Для збільшення часу наростання навантаження в передатні ланки механізмів уводять пружні елементи.

У випадку миттєвого додатка навантаження  $F_0$  й часу її дії  $t_H$  відповідно до формули одержимо при  $t < t_H$ , що  $y = y_{cm}(1 - \cos pt)$  й  $y_{max} = 2y_{cm}$  при  $t_H \geq 0.5\tau$ . При  $t_H < 0.5\tau$   $y = 2y_{cm} \sin(0.5pt_H) \sin[0.5p(2t - t_H)]$  максимальний зсув

$$y = \begin{cases} 2y_{cm} \sin(0.5pt_H) & \text{при } t_H < 0.5\tau \\ 2y_{cm} & \text{при } t_H \geq 0.5\tau \end{cases}$$

Динамічний коефіцієнт  $\psi = y_{max} / y_{cm} = 2$  при  $t_H \geq 0.5\tau$ , при  $t_H < 0.5\tau$   $\psi < 2$ , при  $t_H < \tau/6$  динамічне переміщення маси  $m$  не досягає  $y_{cm}$ .

У випадку раптового зняття постійного навантаження  $y_{max} = y_{cm}$ .

Усі залежності, що стосуються сил  $F(t)$ , дійсні також і для крутних моментів  $M(t)$ . Динамічні навантаження враховуються за допомогою динамічних коефіцієнтів і розглядаються як квазістатичні.

У процесі коливання кранової конструкції й вантажу відбувається їхнє загасання. На інтенсивність розсіювання енергії при коливаннях впливає безліч факторів; звичайно надійною інформацією про розподіл сил тертя не розташовують, тому оцінюють лише інтегральний ефект, наприклад логарифмічний декремент коливання.

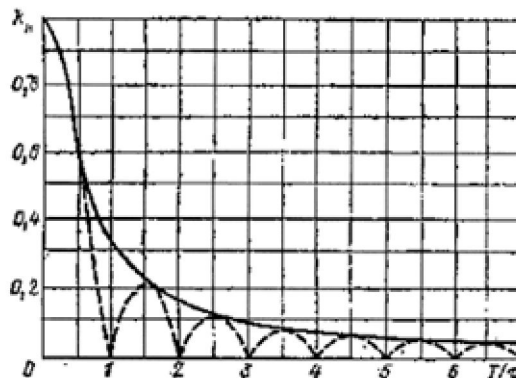


Рисунок 2.3 - Залежність коефіцієнта наростання навантаження  $k_H$  від  $T/\tau$

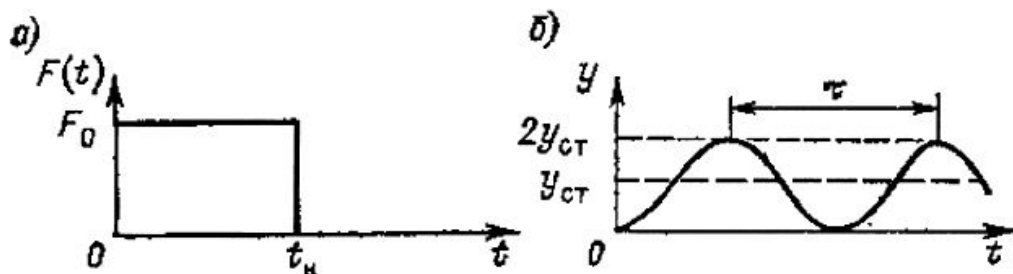


Рисунок 2.4 - Схема раптового додатка навантаження (а) і відповідне їй переміщення маси при  $t_H \geq 0.5\tau$  (б)

Логарифмічний декремент коливання  $\gamma$  визначається як логарифм відносини двох послідовних відхилень:  $\gamma = \ln(y_i / y_{i+1})$ . При розрахунках динамічних навантажень у кранових конструкціях він звичайно ухвалюється не залежним від величини відхилення й визначається з експериментальної осцилограми загасаючих коливань по вираженню

$$\gamma = \frac{1}{n} \ln \left( \frac{y_i + y_{i+0.5}}{y_{i+n} + y_{i+n+0.5}} \right),$$

де  $y_i + y_{i+0.5}$  й  $y_{i+n} + y_{i+n+0.5}$  – розмахи коливань відповідно в  $i$ -м і віддаленому від нього на  $n$  періодів  $(i+n)$ -т циклах коливань.

Час загасання коливань від  $y_i$  до відхилення  $y_{i+n}$

$$t = \frac{\tau_1}{\gamma} \ln \left( \frac{y_i}{y_{i+n}} \right) = \tau_1 n,$$

де  $\tau_1$  - період коливань системи з демпфіруванням, при малому демпфіруванні він практично не відрізняється від періоду коливань консервативної системи;  $n$  - число коливань при загасанні від  $y_i$  до відхилення  $y_{i+n}$ .

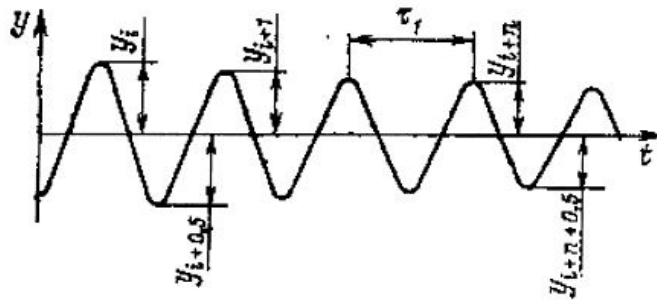


Рисунок 2.5 - Розгортка загасаючих коливань

Середні значення  $\gamma$  для основного тону коливань наведені в таблиці. Припустимий час загасання коливань конструкції залежить від типу крана й умов його експлуатації. Якщо коливання конструкції або кабіни крановика надмірні, доцільно використовувати гасителів коливань або віброізоляцію місця крановика.

Середні значення логарифмічного декременту коливань

Частина, механізм або вузол крана	$\gamma$
Коробчасті кранові мости*	0.05-0.12
Металеві конструкції козлових кранів	0.10-0.22
Металеві конструкції стрілових пристроїв порталних кранів	0.05
Металеві конструкції порталу порталних кранів (включаючи опорно-поворотний пристрій, ходові візки я кранові шляхи)	0.35-0.45
Механізми підйому вантажу й повороту порталних кранів	0.30-0.50
Механізми зміни вильоту стріл порталних кранів	0.15-0.40
При крутильних коливаннях вантажу на канатному підвісі металургійного крана	0.04-0.20
При коливаннях грейфера із площини стріли порталного крані	0.135

\* Для кранових мостів з достатньою точністю  $\gamma = 5.5 \cdot 10^{-3} / \tau^8$ ,

де  $\tau$  - період власних коливань мосту з візком без вантажу, розташованому в середині прольоту.

При роботі механізму підйому вантажу динамічні навантаження виникають у періоди несталого руху при підйомі вантажу з підстави й опусканні на нього; при пуску (гальмуванні) висячого вантажу на підйом або спуск. При підйомі вантажу із твердої основи при слабо натягнутому канаті (підйом з підхопленням) або миттєвому гальмуванні вантажу, що опускається, масою  $m_T$  динамічний коефіцієнт навантаження на металоконструкцію, або відношення максимального навантаження  $F_{\max}$  до статичної від ваги  $G$  вантажу  $\psi = F_{\max} / G$ : може бути визначений з розгляду двомасової розрахункової схеми (рис. 2.6, а) по вираженню

$$\psi_M = 1 + \frac{v c_M}{p_1(p_2^2 - p_1^2) m_M \lambda_{cm}},$$

де  $v$  - швидкість відриву вантажу від підстави, або швидкість його спуска;

$m_M$  і  $c_M$  - наведені до крапки додатка навантаження відповідно маса й коефіцієнт твердості конструкції;

$p_1$  і  $p_2$  - частоти власних коливань конструкції з вантажем:

$$p_{1,2} = \sqrt{0.5 \left[ \left( \frac{c_K + c_M}{m_M} + \frac{c_K}{m_G} \right) \mp \left( \frac{c_K + c_M}{m_M} + \frac{c_K}{m_G} \right)^2 - \frac{4c_K c_M}{m_M m_G} \right]},$$

де знак мінус ставиться до  $p_1$ , знак плюс - до  $p_2$ ,  $c_K$  - коефіцієнт жорсткості вантажних канатів;  $\lambda_{cm}$  - переміщення точки підвісу вантажу внаслідок статичного подовження вантажних канатів від ваги вантажу,  $\lambda_{cm} = G/c_K$ .

Динамічний коефіцієнт навантаження на металоконструкцію крана може бути визначений з розгляду одномасової розрахункової схеми (рис 2.6, а при  $c_H = \infty$ ) у вигляді:

$$\psi_M = 1 + \frac{\xi v}{\lambda_{cm} + y_{cm}} \sqrt{\frac{m_G + m_M}{c_M}},$$

де  $y_{cm}$  - статичний вертикальний прогин конструкції від ваги вантажу в місці його додатка (вантажний візок, кінцеві блоки стріли й т.п.), значення  $y_{cm}$  див. у табл.;  $\xi$  - поправочний коефіцієнт. Для окремих груп кранів значення  $\xi$  встановлюється на підставі додаткових досліджень, що залежать від способу запуску двигуна механізму підйому. При відсутності таких даних для кранів загального призначення можна ухвалювати  $\xi = 1.5$ . Частота власних коливань конструкції  $G$  вантажем як для системи з одного ступенем волі

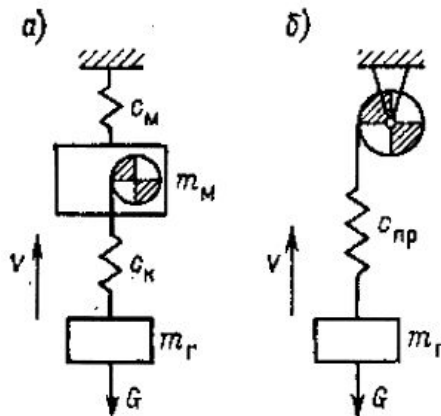
$$p = \sqrt{c_M / (m_M + m_G)}$$


Рисунок 2.6 - Розрахункові схеми для визначень навантажень на металоконструкцію (а) канати (б) при роботі механізму підйому вантажу

Динамічний коефіцієнт навантаження в канату  $\psi_H$  при підйомі вантажу із твердої підстави з підхопленням або при миттєвому гальмуванні вантажу, що опускається, може бути визначений відповідно до одномасової розрахункової схеми (рис. 2.6, б) у вигляді:  $\psi_H = 1 + v / \sqrt{g(\lambda_{cm} + y_{cm})}$ ,

де  $\lambda_{cm} + y_{cm} = G/c_{пр}$  ( $c_{пр}$  - наведена до вантажних канатів сумарна твердість канатів і конструкції крана). При абсолютно жорсткій конструкції  $y_{cm} = 0$  й  $c_{пр} = c_K$ ; при цьому механізм підйому й рама візка будуть випробовувати найбільше навантаження.

Період поздовжніх коливань  $\tau$  вантажу масою  $m_A$  на канатах довжиною  $H$ :

$$\tau = 2\pi \sqrt{m_G / c_K} = 2\pi \sqrt{\lambda_{CT} / g} = 2\pi \sqrt{\sigma H / E_K g},$$

для середніх умов (напряга розтягання  $\sigma = 240$  МПа й модуль пружності каната  $E_K = 1 \cdot 10^5$  МПа)  $\tau \approx 0.1 \sqrt{H}$ .

Внаслідок несиметричності схеми навантаження деяких типів кранів при роботі механізму підйому вантажу (наприклад, стрілові й козлові крани) крім вертикальних виникають

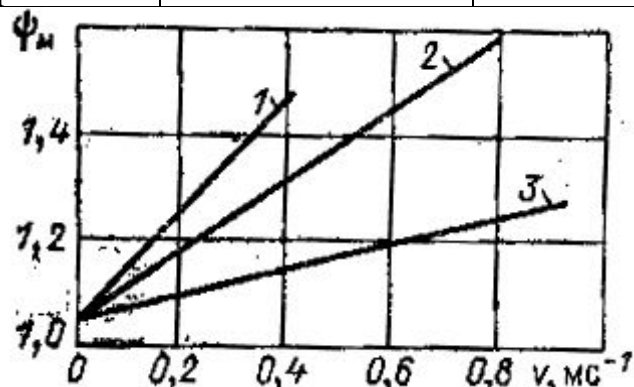
горизонтальні навантаження  $F_G$ , які по величині можуть мати один порядок з вертикальними. Точне визначення  $F_{\bar{A}}$  пов'язане з розв'язком систем диференціальних рівнянь; приблизно значення  $F_{\bar{A}}$  можуть бути знайдені з розгляду співвідношень між піддатливістю конструкції у вертикальному й горизонтальному напрямках. Для козлових кранів загального призначення вантажопідйомністю від 1 до 50 т включно динамічна складова горизонтального навантаження  $F_G^{Дин}$  може бути визначена:

$$F_G^{Дин} = (\psi_M - 1)Gk_G,$$

де  $k_G$  - коефіцієнт горизонтального динамічного навантаження;  $G$  - вага вантажу на канатах;  $\psi_M$  - динамічний коефіцієнт навантаження на металоконструкцію.

Значення динамічних коефіцієнтів  $\psi_M$  для порталних кранів

Тип порталного крана	Випадки навантажень	
	I	II
Монтажний	—	1.3
Гаковий	1.3	1.5
Грейферний	1.4	1.6



Рисунки 2.7 - Значення динамічних коефіцієнтів  $\psi_M$  для мостових і козлових кранів загального призначення вантажопідйомністю від 1 до 50 т включно залежно від швидкості підйому вантажу: 1 - короткозамкнений електродвигун; 2 - фазний електродвигун, реостатний пуск; 3 - система плавного регулювання швидкості

Значення коефіцієнта горизонтального динамічного навантаження  $k_G$  для козлових кранів загального призначення вантажопідйомністю від 1 до 60 т включно

Схема крана	Розташування вантажного візка	$k_G$
Із гнучкою й жорсткою опорами	Консоль твердої опори	0,60
	Середина прольоту	0,45
	Консоль гнучкої опори	0,30
З обома жорсткими опорами	Консоль опори (кожної)	0,15
	Середина прольоту	0

При пересуванні крана (візка) вертикальні динамічні навантаження, що виникають через нерівність шляхи (поштовхи), ураховуються коефіцієнтом поштовхів  $k_T$ ; для інших типів кранів його можна ухвалювати при швидкості пересування  $v$ (м/с):

$v$	<1,0	1,0-1,5	1,6-3,0	>3,0
$k_T$	1,0	1,1(1,05)	1,2(1,1)	1,3(1,15)

При заварених стиках рейок, а також при їхній відсутності, при підресорених ходових частинах рекомендовані значення  $k_T$  наведені в дужках.

У нормах розрахунків коефіцієнт поштовхів при русі по крановому шляхові визначається по формулі:  $k_T = 1.03 + av$  де  $v$  - швидкість руху, м/хв,  $a$  - коефіцієнт, рівний 0,001 при заварених стиках або при їхній відсутності й 0,002 при відкритих стиках рейок.

Коефіцієнти поштовхів  $k_r$  для мостових кранів загального призначення вантажопідйомністю від 1 до 50 т включно

Швидкість пересування крана м/с		$k_r$
Стики на болтових накладках	Зварені механічно оброблені стики; відсутність стиків	
До 0,5	До 0,83	1,0
0,5 до 1	0,83 до 1,6	1,1
Св. 1	Св. 1,6	1,2

Примітки: 1. Для кранів з балансирними візками  $k_{r.б} = 1 + 0.5(k_r - 1)$   
 2. При укладанні кранових рейок на пружній підкладці  $k_{r.в} = 1 + 0.7(k_r - 1)$

При пневмоколісному ході за аналогією з даними для вантажних машин можна ухвалювати  $k_r = 1.5$  для асфальтованих і  $k_r = 2.0$  для інших доріг.

При розрахунках по другому випадкові навантажень на коефіцієнт поштовхів слід множити як вагу конструкції, так і вага вантажу, маючи у виді мінімальну довжину його підвісу. При розрахунках по першому випадкові навантажень для конструкції й вантажу в середньому можна ухвалювати

$$k'_r = 1 + 0.5(k_r - 1).$$

При пересуванні крана (візка) максимальне прискорення  $a_{\max}$  під час розгону або гальмування обмежується умовою зчеплення коліс із рейками:

$$a_{\max} \leq \mu_o N_{\text{пр}} / m_H,$$

де  $N_{\text{пр}}$  - тиск на приводні колеса (з урахуванням впливу горизонтальних інерційних сил, вітру й поперечних розгойдувань вантажу);  $m_H$  - маса візка (крана) з вантажем або без нього;  $\mu_o$  - коефіцієнт зчеплення коліс із рейками ( $\mu_o = 0,2$  для кранів, що працюють у закритих приміщеннях; для працюючих на відкритому повітрі  $\mu_o = 0,12$ ;  $\mu_o = 0,25$  - на відкритому повітрі).

Горизонтальні інерційні поперечні навантаження, прикладені в місці контакту ходових коліс із рейками, ухвалюються для вантажних візків рівними 0,1 від сил тиску на колесо. Для козлових кранів загального призначення вантажопідйомністю від 1 до 50 т включно повинні враховуватися динамічні перекисні навантаження, що виникають при раптовому замиканні одного з гальм механізму пересування крана.

При обертанні поворотної частини крана із частотою обертання  $\omega$  виникають відцентрові сили інерції  $F_{\delta} = m\omega^2 r$  (де  $m$  - маса елемента крана, розташована на відстані  $r$  від осі обертання), а під час розгону й гальмування поворотної частини з кутовим прискоренням  $\varepsilon$  дотичні сили інерції  $F_k = m\varepsilon r$ . При наявності муфти граничного моменту з моментом  $M_M$  наведеним до осі обертання крана, максимальне кутове прискорення  $\varepsilon_{\max}$  поворотної частини  $\varepsilon_{\max} \leq (M_M \pm M_C) / I_{\text{пр}}$ ,

де  $I_{\text{пр}}$  - наведений до осі обертання крана момент інерції мас поворотної частини крана;  $M_C$  - момент статичних сил опору обертанню (тертя, складова ваги, вітер); знак плюс ухвалюється, якщо момент сил інерції й  $M_C$  спрямовані в різні сторони, знак мінус - якщо в одну.

Розгойдування вантажу на канатах виникають при розгонах і гальмуваннях механізмів пересування, обертання й зміни вильоту крана; тиску вітру на вантаж; при наїзді на кінцеві упори (буфери); хитами крана на воді. У поворотних кранах головну роль відіграє механізм обертання.

При моделюванні підвісу вантажу на канатах у вигляді математичного маятника довжиною  $H$  при відхиленні вантажних канатів від положення рівноваги на кут  $\alpha$  горизонтальне навантаження на кран  $F_{\alpha} = Gtg\alpha$ . При поступовому наростанні рушійної (гальмовий)



сили  $tg\alpha = a(1 + k_f) / g$ , де  $a$  - лінійне прискорення крапки підвісу вантажу. При миттєвому додатку сили й достатньої тривалості її дії ( $t_{II} \geq 0.5\tau$ )  $tg\alpha = 2a / g$ .

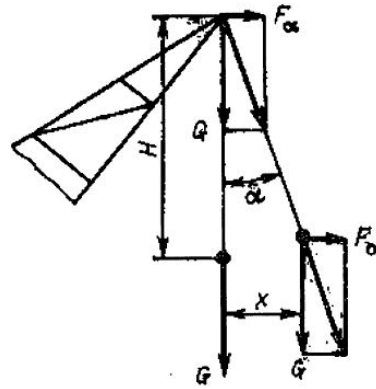


Рисунок 2.8 - Схема розгойдування вантажу на канатах як математичного маятника

Період поперечних коливань вантажу з масою  $m_f$  при нерухливій абсолютно жорсткій конструкції  $\tau = 2\pi\sqrt{H/g} \approx 2\sqrt{H}$ , при конструкції, що рухається, з наведеної до крапки підвісу

$$\text{вантаж масою } m_k \quad \tau_k = \tau \sqrt{\frac{1}{1 + m_f/m_H}}.$$

Величини кутів відхилення  $\alpha$  канатів від положення рівноваги залежать від типу крана й режиму його експлуатації. Вони можуть задаватися у вигляді фіксованих значень, отриманих на основі даних натурних досліджень кранів. По нормах для бруківок і козлових кранів загального призначення вантажопідйомністю від 1 до 50 т включно  $\alpha_{II} = 6^\circ$ . Якщо дані натурних досліджень відсутні, то в поворотних кранах можна ухвалювати для другого випадку навантажень найбільший тангенс кута відхилення канатів

$$tg\alpha_{II} = \frac{a_K + a_{Ц} + a_B + \frac{P_{B_{II}}}{G}}{g},$$

де  $a_K, a_{Ц}$  - середні дотичне й відцентрове прискорення крапки підвісу вантажу при обертанні на максимальному вильоті відповідно;  $a_B$  - те ж при зміні вильоту (або пересуванні, якщо воно є робочим рухом);  $P_{B_{II}}$  - сила вітру на вантаж для II випадку навантаження.

Для I випадку навантаження середній кут відхилення можна приймати

$$\alpha_I = (0.3...0.5)\alpha_{II}.$$

Кути відхилення канатів від вертикалі для порталних кранів

Тип порталного крана	Випадки навантажень				Кути для розрахунків потужності двигунів	
	I		II		$\alpha_D$	$\beta_D$
	$\alpha_I$	$\beta_I$	$\alpha_{II}$	$\beta_{II}$		
Грейферний	6.5	5.5	17	15	5.5	5
Гаковий	5	4.5	13.5	12	4.5	4
Монтажний	-	-	6	6	3	3

Примітка,  $\alpha$  - у площині хитання стріли,  $\beta$  - перпендикулярно до площини хитання стріли.

Кути  $\alpha$  при обертанні крана можуть розташовуватися як уздовж, так і поперек стріли. При косому підйомі вантажу в розрахунках ухвалюється, що кут  $\alpha_{II}$  може досягати  $6^\circ$  ( $tg\alpha_{II} = 0.1$ ) й кут  $\alpha_I \approx 3^\circ$ .

## Лекція 7-8. Розподіл навантажень у ланках механізмів. Приведення навантажень

Механізми мостових кранів складаються з великого числа зосереджених і розподілених мас. Дослідження руху таких систем у загальному виді практично неможливо. Для вивчення головних динамічних процесів у механізмі складається ідеалізована розрахункова схема.

вузли, що найчастіше рухаються, механізму являють собою масивні й тверді тіла, які переміщуються протягом перехідного процесу майже як одне ціле. Такі вузли вважають абсолютно твердими, а всю їхню масу припускають зосередженою в крапках, що збігаються із центрами ваги. До таких «крапкових мас» можна віднести вантаж частини, що обертаються, двигуна, гальмовий шків, зубчасті колеса, барабани й ін.

Загальна деформація механізму визначається головним чином пружністю валів, канатів і інших елементів, що мають малу масу. Ці елементи можна вважати з відомим наближенням безмасовими й абсолютно пружними.

Таким чином, розрахункову схему механізму можна представити рядом крапкових мас, з'єднаних невагомими абсолютно пружними зв'язками.

Якщо вважати закони зміни зовнішніх навантажень, що діють на таку систему, заздалегідь заданими й зневажити хвильовими процесами при поширенні деформацій уздовж кінематичному ланцюга, пружною піддатливістю в місцях зчленування кінематичних пар, загасанням коливань внаслідок грузлого тертя, конструкційного демпфірування й витоків енергії через опори, зміною вихідних параметрів системи, то можна досить точно аналітично описати перехідний процес.

Знаючи характер зміни й величину динамічних навантажень у пружних елементах мостових кранів, можна обґрунтовано проводити розрахунки несучої здатності, міцності й довговічності (як по витривалості, так і по зношуванню), а також вишукувати ефективні заходи підвищення їх надійності.

У складі кожного механізму завжди є обертові вузли, що й поступально рухаються. Для більшої наочності динамічної взаємодії окремих мас один з одним їх розташовують на одному якому-небудь пружному зв'язку. У такому випадку говорять, що маси «приводять» до одного зв'язку. Така розрахункова схема називається еквівалентною або наведеною розрахунковою схемою. Аналізуючи динамічні процеси в такій схемі, необхідно пам'ятати про те, що маємо справу з наведеною схемою, у якій усі розрахункові параметри: і навантаження, і маси (моменти інерції, махові моменти), і коефіцієнти твердості мають наведене значення.

Розрахункові параметри можна приводити в будь-яке заздалегідь обране місце механізму, на будь-який його пружний елемент.

Якщо приведення зроблене на який-небудь вал механізму, то тоді виходить розрахункова наведена схема обертового руху (мал. 3.1, а). У такій схемі (рис. 3.1, б) навантаження характеризуються крутними моментами  $M$ , інерційні властивості мас - моментами інерції  $J$  або маховими моментами  $GD^2 = 4gJ$ , пружність кінематичних елементів - коефіцієнтами твердості при крутінні  $C_{кр}$ .

Якщо приведення зроблене на який-небудь елемент, що поступально рухається (наприклад, канати, ланцюги, рейки, штанги й т.п.), то тоді виходить розрахункова наведена схема поступального руху (рис. 3.1, в). У такій схемі навантаження характеризуються силами ( $P$ ,  $T$ ,  $W$  або  $F$ ), інерційні властивості вузлів, що рухаються, - їх масами  $m$ , пружність кінематичних елементів - коефіцієнтами твердості при розтяганні або стиску  $C$ .

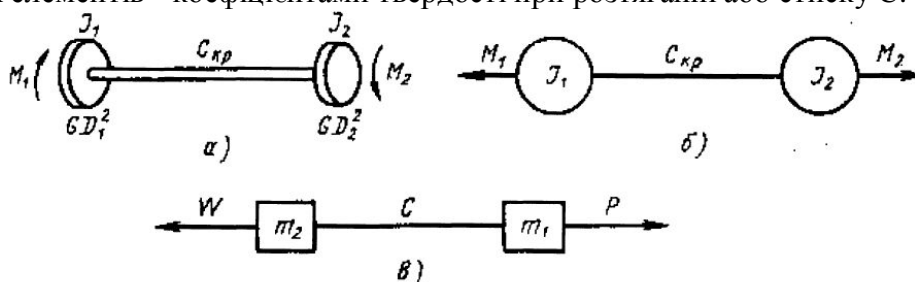


Рисунок 3.1 - Типи розрахункових схем: а й б - обертового руху; в - поступального руху

Як приклад розглянемо складання розрахункової схеми кранового механізму підйому (рис. 3.1, а). Моменти інерції валів механізму мізерно малі в порівнянні з моментами інерції інших вузлів. Тому вали вважаємо безінерційними. Припустимо, що приведення слід робити до вала I механізму. Тоді маси й твердості вала приведення залишаться незмінними (рис. 3.1, б), а маси й твердості інших валів будуть мати наведені величини. Враховуючи, що звичайно маси  $J_1$  і  $J_2$  є найбільшими, розрахункову схему механізму можна представити у двомасовій інтерпретації обертового руху (рис. 3.1, в):

$$J'_2 = J_2 + \sum_{i=3}^{i=8} J_{inp} .$$

Якщо ж приведення потрібно виконати до вантажу, тоді маса вантажу  $m_8$  і твердість канатної підвіски  $Z_{78}$  залишаться незмінними (рис. 3.2, г), а маси й твердості всіх обертових валів будуть мати наведені величини. У цьому випадку розрахункова схема механізму підйому буде представлена у двомасовій інтерпретації поступального руху (рис. 3.2, г), де наведена маса обертових частин

$$m_7 = \sum_{i=1}^{i=7} m_{inp} ,$$

а маса вантажу, що представляє собою основну масу, що поступально рухається  $m_8 = \frac{Q}{g}$ .

Розрахункові наведені схеми обертального й поступального руху зовсім ідентичні як по простоті приведення, так і за отриманими результатами.

Однак для складання вихідних рівнянь руху схеми поступального руху, як правило, більш наочні. Тому їх застосовують не тільки в механізмах, де є деталі, що поступально рухаються, але й тоді, коли всі маси механізму мають тільки обертовий рух (наприклад, у механізмах обертання або повороту й т.п.). У цьому випадку (рис. 3.2, б) моменти інерції частин, що рухаються, зображуються лінійно зв'язаним кружками, а навантажувальні моменти зображуються лінійними векторами.

У кранових механізмах зовнішніми навантаженнями є статичні опори руху (вага вантажу, тертя в ходових і опорно-поворотних частинах, вітрове навантаження, що становить ваги при русі по ухилу і т.д.) і навантаження привода (пускові, гальмові, стопорні й ін.). Способи визначення цих навантажень викладаються в загальних курсах по вантажопідйомних машинах.

У першому наближенні зовнішні навантаження можна вважати постійними. При більш точних дослідженнях для змінних зовнішніх навантажень може бути застосована та або інша апроксимація.

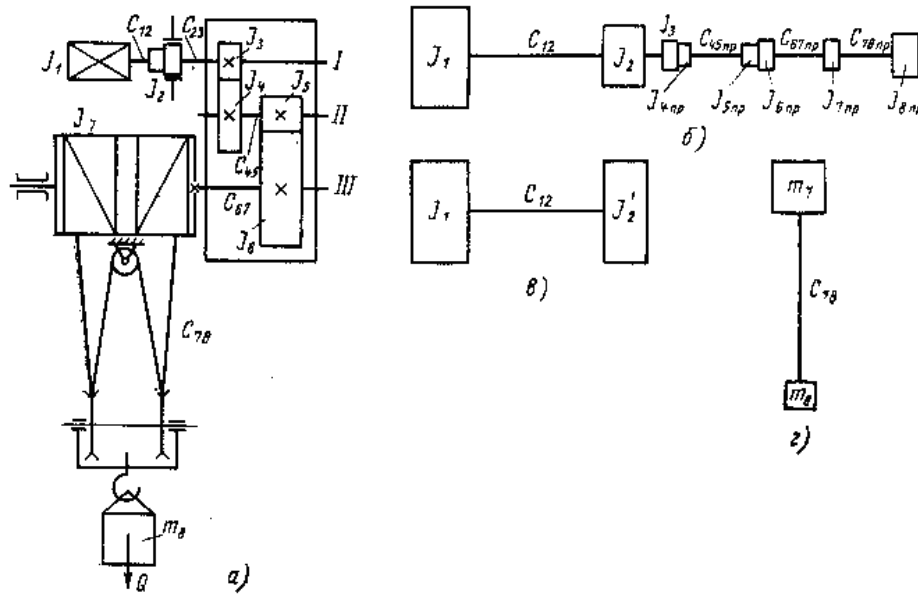
У схемах поступального руху навантаження виражаються силами, у схемах обертового руху - крутними моментами. Приведення навантажень із одного вала на інший у механізмах із зубчастими передачами або з одного важеля на інший у механізмах з важільними передачами виконується за допомогою передаточного числа відповідної передачі. У кранових механізмах, як відомо, застосовуються знижувальні передачі, і під передаточним числом зубчастої передачі мається на увазі відношення швидкостей обертання швидкохідного й тихохідного валів.

Втрати на тертя в передачах ураховуються за допомогою коефіцієнтів корисної дії. Величину к. п. буд. механізму й при розгоні, я при гальмуванні можна вважати однаковою. Виключенням може бути тільки к. п. буд. такого механізму, у кінематичній схемі якого є черв'ячна або гвинтова передача.

Зменшення ступеня завантаження  $\alpha$ , особливо характерне для механізмів підйому, супроводжується зменшенням величини к. п. буд.

Облік втрат у передачах при приведенні повинен відповідати напрямку силового потоку в механізмі й тому здійснюється при розгонах і гальмуваннях по-різному. При силовому режимі (розгін, стопоріння робочого органа, вільний вибіг і ін.) у формулах приведення к. п. буд. ставиться в одному рядку з п. ч. передачі (або в чисельнику при приведенні крутного моменту зі швидкохідного до тихохідного вала, або в знаменнику при приведенні крутного моменту з тихохідного до швидкохідного вала). При гальмових режимах за рахунок впливу гальмового

моменту на швидкохідний вал формули приведення повинні містити п. ч. і к. п. буд. у різних рядках.



При правильному виборі параметрів автоматизованої схеми електроустаткування для асинхронного й шунтового привода між числом щаблів перемикачів  $z$ , відносним ковзанням і кратностями перевантаження  $\psi_{пер}$  й  $\psi_{max}$  існує наступне функціональне співвідношення:

$$\left( \frac{\psi_{max}}{\psi_{пер}} \right)^z = \frac{v_0}{\psi_{пер} (v_0 - v_n)},$$

де  $v_0$  - швидкість ідеального холостого ходу (синхронна швидкість);

$v_n$  - номінальна швидкість руху.

Остаточне коректування параметрів схеми електроустаткування повинна враховувати величину кратності перемикачів  $\psi_{пер}$ .

Параметрами, що характеризують інерційні властивості частин, що рухаються, механізмів, є маси при поступальному русі або моменти інерції (махові моменти) при обертovому русі.

Прийняте наступне позначення моменту інерції частин, що повільно повертаються, щодо осі повороту  $J_{np} = \frac{Qa^2 + Gb^2 + G_{np}c^2}{g}$ ,

де  $Q$ ,  $G$  і  $G_{np}$  - ваги вантажу, поворотної частини крана й противаги;

$a$ ,  $b$  і  $z$  - відстані від центрів ваги вантажу, поворотної частини крана й противаги до осі повороту.

При визначенні махових моментів або моментів інерції обертovих частин у звичайних кранових механізмах характеризується коефіцієнтом приведення обертovих частин до першого вала при розгоні:

$$\delta_p = 1 + \frac{J_2}{J_1 \cdot i_{12}^2 \cdot \eta_{12}} + \dots + \frac{J_n}{J_1 \cdot i_{1n}^2 \cdot \eta_{1n}},$$

$$\text{і при гальмуванні } \delta_T = 1 + \frac{J_2 \cdot \eta_{12}}{J_1 \cdot i_{12}^2} + \dots + \frac{J_n \cdot \eta_{1n}}{J_1 \cdot i_{1n}^2},$$

де  $J_1, J_2, \dots, J_n$  - моменти інерції відповідно першого, другого,  $n$ -го вала;

$i_{12}, i_{13}, \dots, i_{1n}$ ;  $\eta_{12}, \eta_{13}, \dots, \eta_{1n}$  - п. ч. і ККД відповідних передач.

З метою економії часу при проведенні динамічних розрахунків бажане, щоб заводивготівлювачі зубчастих редукторів і інших вузлів обертovого руху в каталогах або паспортних

даних указували махові моменти обертових частин, як це зараз робиться для електродвигунів, моторних напівмуфт і гальмових шківів.

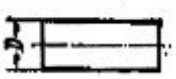


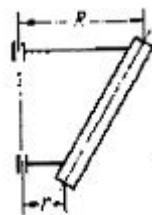
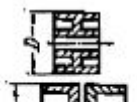
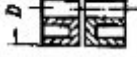
#### а) Коефіцієнти жорсткості

Під жорсткістю мається на увазі здатність пружного елемента пручатися утвору деформацій. Реальні механізми мають такі кінематичні зв'язки між масами, які мають кінцеву жорсткість. Жорсткість елемента чисельно характеризується коефіцієнтом жорсткості, який являє собою відношення силового фактора до тієї деформації, яка викликається його дією. Коефіцієнт жорсткості чисельно рівний такому силовому факторові, який викликає одиничну деформацію. Величина, зворотна коефіцієнту жорсткості, називається коефіцієнтом піддатливості.

При деформаціях розтягання-стиску силовим фактором є сила, а деформація вимірюється лінійними переміщеннями; при деформаціях крутіння силовим фактором буде крутний момент, а заходом деформації - кут закручування (вимірюваний звичайно в радіанах).

Точне визначення коефіцієнта жорсткості пружних елементів - трудомістке завдання, вона далеко не завжди піддається аналітичному розв'язку. Найкраще користуватися даними натурних випробувань.

#### Моменти інерції мас тіл обертання

Найменування тіл обертання	Ескізи	Формула для визначення моменту інерції	Найменування тіл обертання	Ескізи	Формула для визначення моменту інерції
Циліндр суцільний		$\frac{GD^2}{8g}$	Барабани		$\frac{GD^2}{6g}$
Циліндр пустотілий		$\frac{G(D^2 + d^2)}{8g}$	Стрижні		$\frac{G(R^2 + Rr + r^2)}{3g}$
Шків, блоки, зубчасті колеса		$\frac{GD^2}{7g}$			
Муфти всіх конструкцій		$\frac{GD^2}{9g}$			
Розміри D, d, R і r дані в метрах, G - вага обертової деталі в кілограмах.					

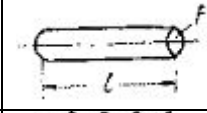
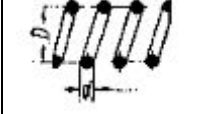
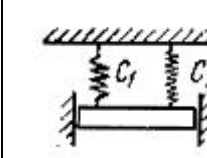
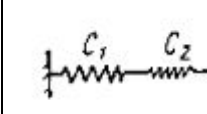
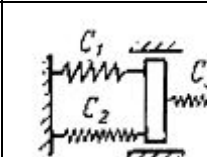
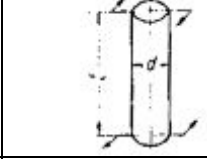
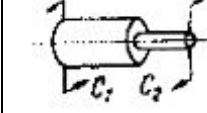

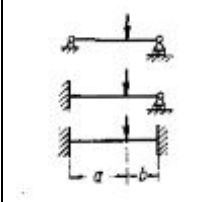
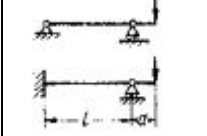
При силовому режимі формули приведення містять к. п. буд. в одному рядку із квадратом п. ч., при гальмовому режимі - у різних рядках.

Кілька пружних елементів може бути включене в кінематичну схему по-різному. Якщо кожний пружний елемент з'єднання сприймає весь силовий потік, таке з'єднання називається послідовним. Якщо ж кожний елемент з'єднання сприймає тільки частина силового потоку, таке з'єднання називається паралельним. Можна також зустріти й змішане з'єднання, коли частина елементів з'єднана паралельно, а інша частина - послідовно.

При паралельному з'єднанні складаються коефіцієнти жорсткості, при послідовному з'єднанні складаються коефіцієнти піддатливості.

У кранових механізмах часто зустрічаються випадки включення пружних елементів з різновеликими коефіцієнтами жорсткості. У таких випадках сумарний коефіцієнт твердості складного з'єднання визначається при паралельному з'єднанні найбільшим, при послідовному з'єднанні - найменшим коефіцієнтом жорсткості.

### Коефіцієнти жорсткості пружних елементів

Деформація	Найменування	Розрахункова схема	Формула	Позначення
Розтягання або стиск	Стрижень, канат		$C = \frac{EF}{l}$	E - модуль пружності при розтяганні; F - площа перетину; l - довжина
	Пружина розтягання або стиску		$C = \frac{Gd^4}{8D^3z}$	G - модуль пружності при зрушенні; d - діаметр перетину; D - діаметр пружини; z - число робочих витків
	Паралельне з'єднання пружних елементів (подовження рівні)		$C = C_1 + C_2$ $\frac{1}{e} = \frac{1}{e_1} + \frac{1}{e_2}$ $e = \frac{e_1 e_2}{e_1 + e_2}$	C - коефіцієнти жорсткості; e - коефіцієнти піддатливості
	Послідовне з'єднання пружних елементів		$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$ $e = e_1 + e_2$	Ті ж
	Паралельно послідовне з'єднання пружних елементів		$C = \frac{(C_1 + C_2)C_3}{C_1 + C_2 + C_3}$ $e = \frac{e_1 e_2}{e_1 + e_2} + e_3$	Ті ж
Крутіння	Вал постійного перетину		$C = \frac{GJ_p}{l} = \frac{G\pi d^4}{32l}$ $e = \frac{l}{GJ_p} = \frac{32l}{G\pi d^4}$	Ті ж
	Східчастий вал		$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$ $e = e_1 + e_2$	Ті ж
Поперечний вигин	Консольна балка		$C = \frac{3EJ}{l^3}$ $C = \frac{3EJ}{l^3} + \frac{12N}{\pi^2 l}$	J - екваторіальний момент інерції перетину
	Двохопорна балка		$C = \frac{3EJ(a+b)}{a^2 b^2}$ $C = \frac{3EJ(a+b)^3}{a^3 b^2 (3a+4b)}$ $C = \frac{3EJ(a+b)}{a^3 b^3}$	Ті ж
	Двохопорна балка з консоллю		$C = \frac{3EJ}{(l+a)a^2}$ $C = \frac{12EJ}{(4a+3l)a^2}$	Ті ж

Література до лекцій 7-8: [3] с. 6-42; [5] с. 9-26; 120-140; [12] с. 59-73.

#### Контрольні питання до лекцій 7-8:

- 1 Які навантаження виникають у кранах від качання вантажу?
- 2 Розрахункові схеми механізмів пересування кранів.

- 3 Розрахункові схеми механізмів обертання кранів.
- 4 Які існують правила приведення навантажень в елементах механізмів?
- 5 Що таке коефіцієнт жорсткості?
- 6 Як визначити пружні та демпфуючі параметри динамічної системи?
- 7 Наведіть основні методики визначення рухомого та гальмового зусилля механізмів ПТБіДМ.

### Лекція 9-10. Визначення вертикальних динамічних навантажень

Найбільш несприятливим режимом роботи механізму підйому є підйом вантажу, що лежить на підставі. За результатами досліджень Н.А.Лобова, підйом вантажу з підстави, особливо «з підхопленням» - це режим ударного навантаження крана, але удар відбувається м'який за рахунок дії, що амортизує, канатів, тому він слабо відчувається крановиком, незважаючи на те, що рівень динамічних навантажень крана може бути досить високий. Навпаки, крановик сильніше відчуває вібрації мосту при опусканні вантажу на підставу, коли динамічні навантаження невеликі.

Процес підйому вантажу з підстави складається із трьох етапів: вибору надлишкової довжини канатів поліспасти й зазорів у кінематичних парах механізму підйому; натягу канатів поліспасти, прогину мосту, деформації пружних елементів механізму до моменту, коли навантаження на міст стане рівною ваги вантажу; відриву від підстави й коливального руху мосту з вантажем.

Амплітуда деформації мосту крана в момент відриву вантажу від підстави залежить від швидкості підйому вантажу й співвідношення жорсткостей кранового мосту й канатів поліспасти. Зменшення амплітуди можливо зменшенням швидкості підйому й твердості канатів, або збільшенням твердості мосту, однак це може негативно відбитися на швидкісних характеристиках, габариті й масі крана.

З іншого боку, некеровані вертикальні коливання вантажу становлять певну небезпеку для обслуговуючого персоналу, відбиваються на терміні служби крана, і заважають нормальному проведенню вантажно-розвантажувальних робіт.

Рівень навантажень може бути оцінений коефіцієнтом динаміки як відношення максимального переміщення крапки на металоконструкції  $y_{max}$  до статичного  $y_{cm}$

$$k_d = \frac{y_{max}}{y_{cm}} = 1 + \frac{T}{\pi\tau} \cdot \left| \sin \frac{\pi\tau}{T} \right|,$$

де  $T$  - час наростання навантаження;  
 $\tau$  - період власних коливань вантажу.

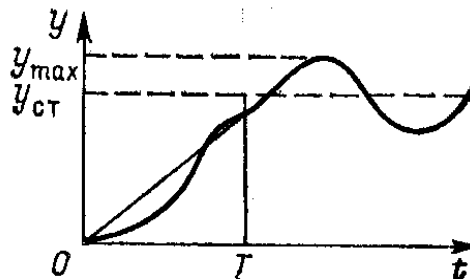


Рисунок 4.1- Графік залежності переміщення крапки на металоконструкції від часу при силовому впливі

Для практичного застосування рекомендується ухвалювати  $T > 0,5\tau$ .

Зі збільшенням прольоту динамічні навантаження підвищуються у зв'язку зі збільшенням наведеної маси металоконструкції й швидкості наростання навантажень до моменту відриву вантажу від підстави (рис. 4.2).

Установлене, що рівень максимальних динамічних навантажень, що діють на металоконструкцію кранів, особливо з більшим прольотом і малою висотою підйому, досить

великий, тому для таких кранів особливо актуальне вживання конструктивних заходів, спрямованих на їхнє зниження.

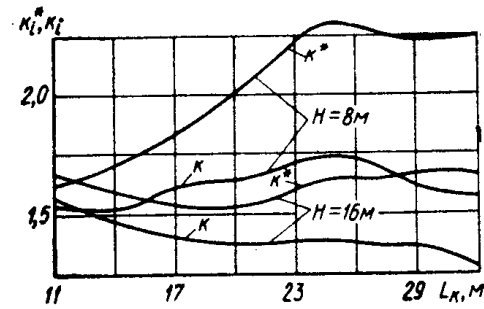


Рисунок 4.2- Графіки залежності коефіцієнтів динамічності для канатів  $k$  і металоконструкції  $k^*$  від прольоту  $L$  й висоти підйому вантажу  $H$

Жорсткість кранового мосту  $c_M$  як функція від положення візка  $c_M = f(a)$

$$c_M = \frac{3E \cdot J \cdot L}{a^2(L-a)^2},$$

де  $E$  - модуль пружності матеріалу мосту;

$J$  - момент інерції перетину головної балки мосту;

$L$  - проліт крана;

$a$  - відстань від лівої опори до центру мас візка  $e$  у положенні, що визначає, щодо кранового мосту.

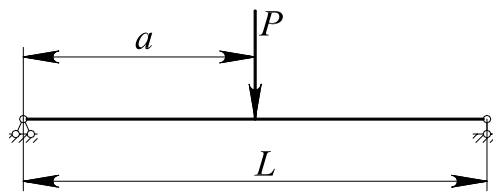


Рисунок 4.3- Схема до визначення жорсткості кранового мосту в залежності від положення візка

Жорсткість каната  $c_K$  зменшується при збільшенні висоти підйому, тому буде розглянута як  $c_K = f(h)$  залежно від вертикального розташування вантажу

$$c_K = \frac{E_k \cdot F_k \cdot u}{(H + h_1) - h},$$

де  $E_k$  - модуль пружності каната,  $E_k = (1,1 \dots 1,3) \cdot 105$  МПа;

$F_k$  - площа металевого перетину каната;

$u$  - кратність поліспасти;

$H$  - висота підйому вантажу;

$h$  - висота, на якій перебуває вантаж у цей момент часу;

$h_1$  - відстань від осі барабана до осі підвіски в крайньому верхньому положенні.

Наведене до канатів рушійне зусилля двигуна може бути визначене з рівняння Клосса:

$$P = \frac{a_1 - a_2 \dot{x}_{k(\theta)}}{a_3 + \alpha(-a_4 \dot{x}_{k(\theta)} + \dot{x}_{k(\theta)}^2)},$$

де  $a_1 = 2P_k \cdot s_k \cdot \dot{x}_c^2$ ;  $a_2 = \frac{a_1}{\dot{x}_c}$ ;  $a_3 = s_k^2 \cdot \dot{x}_c^2 + \dot{x}_c^2$ ;  $a_4 = 2 \cdot \dot{x}_c$ ,



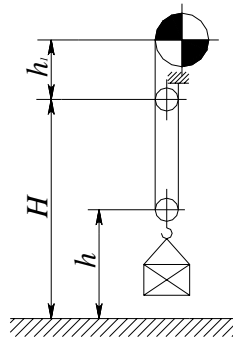


Рисунок 4.4 - Схема до визначення жорсткості каната в залежності від вертикального положення вантажу

де  $P_k$  - критичне значення рушійного зусилля двигуна;

$s_k$  - критичне ковзання двигуна,

$$s_k = \frac{s_n \left[ \lambda_m + \sqrt{\lambda_m^2 + 2s_n(\lambda_m - 1)} - 1 \right]}{1 - 2s_n(\lambda_m - 1)};$$

$s_n$  - номінальне ковзання двигуна,  $s_n = \frac{n_0 - n_n}{n_0}$ ;

$n_0$  - синхронна швидкість двигуна;

$n_n$  - номінальна швидкість двигуна;

$\lambda_m$  - кратність максимального обертаючого моменту; асинхронних двигунів серії 4А  $\lambda_m = 1,7 \dots 2,2$ ; для кранових двигунів ухвалюється по табл. 4.1;

$\dot{x}_c$  - синхронна швидкість підйому вантажу;

$\alpha$  - коефіцієнт, який може ухвалювати значення:  $\alpha = 0$  - при роботі двигуна на лінійній галузях характеристики, коли його зусилля не досягає  $0,7 P_k$ ;  $\alpha = 1$  - при роботі двигуна на будь-якій іншій галузях характеристики.

Таблиця 4.1 - Кратність максимального обертаючого моменту  $\lambda_m$  кранових двигунів

Тип кранового двигуна			
З короткозамкненим ротором		З фазним ротором	
Потужність, кВт	$\lambda_m$	Потужність, кВт	$\lambda_m$
до 8	2,5	до 5	2,3
св. 8	2,8	5...10	2,5
-	-	св. 10	2,8

Динамічна складова гальмового зусилля може бути визначена по формулі:

$$P_T = \frac{2(m_G + m_{Kp.n}) \cdot g \cdot \left[ \frac{M_T \cdot u_M \cdot n}{R_B \cdot \eta} - (m_G + m_{Kp.n}) \cdot g \right]}{\beta \cdot \frac{GD^2 \cdot u_M^2 \cdot n^2}{4R_B^2} + (m_G + m_{Kp.n}) \cdot g} + (m_G + m_{Kp.n}) \cdot g,$$

де  $m_{Kp.n}$  - маса гакової підвіски;

$M_T$  - момент, створюваний при гальмуванні на валу двигуна, ухвалюється рівним 2,0 від статичного моменту, створюваного вантажем,

$$M_T = \frac{2(m_G + m_{Kp.n}) \cdot g \cdot R_B \cdot 2}{u_M \cdot n};$$

$u_M$  - передаточне число механізму;

$n$  - кратність поліспасти;

$R_B$  - радіус канатного барабана;

$\eta$  - ККД механізму (включаючи поліспаст),  $\eta = 0,85$ ;

$\beta$  - коефіцієнт, що враховує маси валів, передач і барабана механізму, звичайно ухвалюється  $\beta = 1,1$ ;

$GD^2$  - маховий момент ротора двигуна й частин механізму, що обертаються зі швидкістю вала двигуна.

Дослідження показали, що при вивченні динамічних навантажень, що сприймаються металоконструкцією крану і вантажними канатами, аналізі спільного впливу різних параметрів крану на характер протікання перехідних процесів, а також при рішенні багатьох інших завдань козлові крани, з достатньою для інженерних робіт точністю, можуть бути представлені тримасовою динамічною моделлю (рис. 3.1). В цьому випадку розподілена маса прольотної будови крану представлена у вигляді приведеної до середини прольоту зосередженої маси  $m_M$ , зв'язаної пружно-в'язким зв'язком, що характеризується коефіцієнтами жорсткості  $c_M$  і демпфування  $k_D$  металоконструкції, з опорними частинами крану.

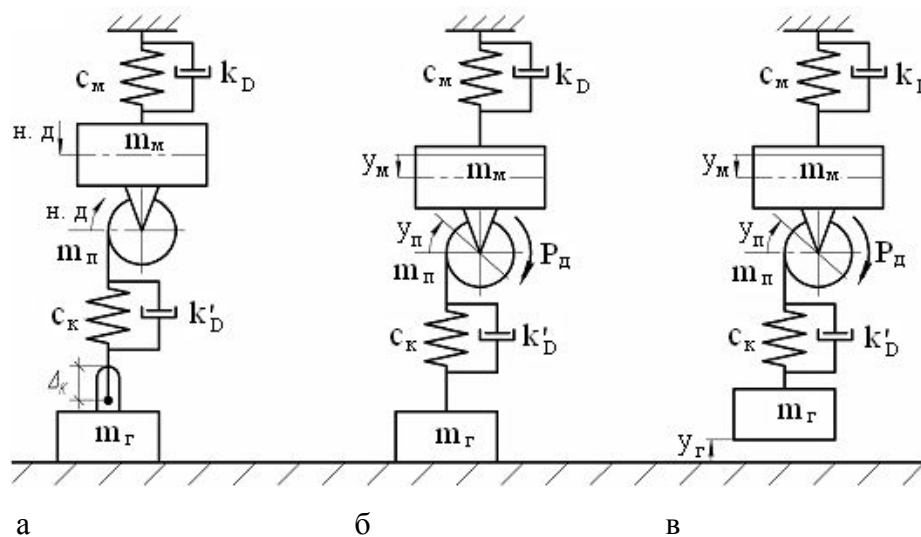


Рисунок 3.1 - Динамічні моделі козлового крану при підйомі вантажу: а, б, в - етапи підйому вантажу

Максимальними вертикальними динамічними навантаженнями в козлових кранах супроводжується підйом вантажу з жорсткої основи (підйом "з підхопленням"), що включає три етапи, : перший - етап холостого ходу, коли маса частин приводу  $m_P$ , що обертаються, під впливом сили приводу  $P_{dq}$  вибирає сумарний проміжок  $\Delta_K$  в канатах і приводі; другий етап - розвиток навантаження в канатах до зусилля в них, рівного вазі вантажу  $Q$ , причому маса  $m_P$  упродовж другого етапу знаходиться в стані спокою; третій етап - спільний рух усіх пружно пов'язаних мас системи.

На першому етапі вибирається проміжок  $\Delta_K$  в канатах і приводі, а динамічні навантаження в металоконструкції і в канатах відсутні.

Другий етап руху описується рівняннями:

$$m_P \cdot \frac{d^2 y_P}{dt^2} + P_{K2} - P_{dq} = 0;$$

$$m_M \cdot \frac{d^2 y_M}{dt^2} - P_{K2} + k_D \cdot \frac{dy_M}{dt} + c_M \cdot y_M = 0.$$

Закінчується другий етап руху при натягненні канатів

$$P_{K2} = c_K (y_{\Pi} - y_M) + k'_D (\dot{y}_{\Pi} - \dot{y}_M) = Q.$$

Третій етап руху описується рівняннями:

$$m_{\Pi} \cdot \frac{d^2 y_{\Pi}}{dt^2} + P_{K3} - P_{dq} = 0,$$

$$m_M \cdot \frac{d^2 y_M}{dt^2} - P_{K3} + k_D \cdot \frac{dy_M}{dt} + c_M \cdot y_M = 0,$$

$$m_{\Gamma} \cdot \frac{d^2 y_{\Gamma}}{dt^2} - P_{K3} + m_{\Gamma} \cdot g = 0,$$

де  $P_{K3} = c_K (y_{\Pi} - y_M - y_{\Gamma}) + k'_D (\dot{y}_{\Pi} - \dot{y}_M - \dot{y}_{\Gamma})$  – зусилля в канатах на третьому етапі руху

$m_{\Pi}$  – приведена до канатів маса частин приводу підйому вантажу, що обертаються;

$m_M$  – приведена до середини прольоту маса головних балок з майданчиками і маса візка;

$m_{\Gamma}$  – маса вантажу;

$c_M$  – коефіцієнт жорсткості металоконструкції крану;

$c_K$  – коефіцієнт жорсткості вантажних канатів;

$k_D$  – коефіцієнт загасання коливань (демпфування) металоконструкції;

$k'_D$  – коефіцієнт загасання коливань (демпфування) канатів;

$P_{dq}$  – приведена до канатів сила двигуна при роботі на  $q$ -ій механічній характеристиці;

$y_{\Pi}$ ,  $y_M$ ,  $y_{\Gamma}$  – шляхи, що проходять маси відповідно  $m_{\Pi}$ ,  $m_M$ ,  $m_{\Gamma}$ , від початку координат.

Дослідженню і розрахунку динамічних навантажень при підйомі вантажу присвячено велике число робіт. При цьому за основний розрахунковий випадок береться підйом вантажу "з підхопленням", при якому динамічні навантаження мають максимальні значення, а отримані в результаті коефіцієнти динамічності рекомендується використовувати при розрахунку металоконструкцій кранів на міцність. Проте, дослідники обмежуються розглядом трьох етапів при підйомі вантажу "з підхопленням": 1) вибір провисання каната і зазорів в приводі; 2) зміна зусилля в канаті від нуля до значення, рівного вазі вантажу, що піднімається; 3) підйом вантажу, що супроводжується рухом усіх приведених мас. В той же час, проведені нами дослідження показали, що в деяких випадках максимальні динамічні навантаження в канатах і металоконструкції крану виникають після спрацьовування колодкового гальма в період гальмування вантажу, що піднімається (четвертий етап).

Рух динамічної моделі, зображеної на рис. 4.1 описується диференціальними рівняннями:

на першому етапі (рис. 4.1а)  $m_{\Pi} \cdot \ddot{y}_{\Pi} - P_d = 0;$

на другому етапі (рис. 1б)

$$\begin{cases} m_{\Pi} \cdot \ddot{y}_{\Pi} - P_d + C_K \cdot (y_{\Pi} - y_M) + D_K \cdot (\dot{y}_{\Pi} - \dot{y}_M) = 0; \\ m_M \cdot \ddot{y}_M + C_M \cdot y_M + D_M \cdot \dot{y}_M - C_K \cdot (y_{\Pi} - y_M) - \\ - D_K \cdot (\dot{y}_{\Pi} - \dot{y}_M) = 0 \end{cases}$$

на третьому і четвертому етапах

$$\begin{cases} m_{\Pi} \cdot \ddot{y}_{\Pi} - P_d + C_K \cdot (y_{\Pi} - y_M - y_{\Gamma}) + \\ + D_K \cdot (\dot{y}_{\Pi} - \dot{y}_M - \dot{y}_{\Gamma}) = 0; \\ m_M \cdot \ddot{y}_M + C_M \cdot y_M + D_M \cdot \dot{y}_M - C_K \cdot (y_{\Pi} - y_M - y_{\Gamma}) - \\ - D_K \cdot (\dot{y}_{\Pi} - \dot{y}_M - \dot{y}_{\Gamma}) = 0; \\ m_{\Gamma} \cdot \ddot{y}_{\Gamma} - C_K \cdot (y_{\Pi} - y_M - y_{\Gamma}) - D_K \cdot (\dot{y}_{\Pi} - \dot{y}_M - \dot{y}_{\Gamma}) + \\ + m \cdot g = 0; \end{cases}$$

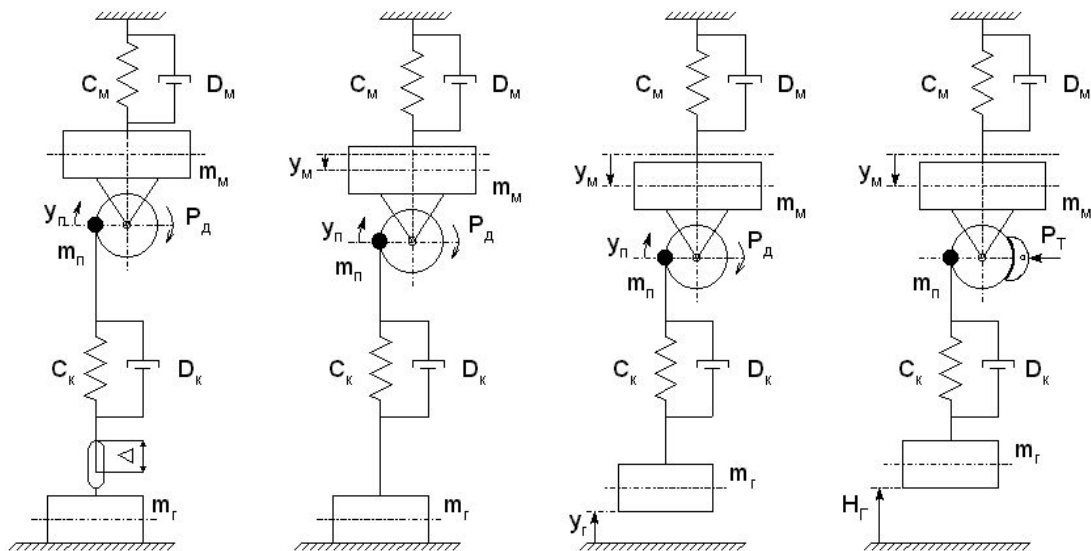


Рисунок 4.1 - Розрахункова схема крану при підйомі вантажу

де  $m_{II}$  - приведена до канатів маса частин механізму підйому вантажу;  $m_M$  - приведена до середини прольоту маса середніх частин моста і порожнього візка;  $m_r$  - маса вантажу, що піднімається;  $C_M$  - коефіцієнт жорсткості металоконструкції крану;  $D_M$  - коефіцієнт демпфування металоконструкції;  $C_K$  - коефіцієнт жорсткості вантажних канатів;  $D_K$  - коефіцієнт демпфування канатів;  $y_{II}, y_M, y_r$  - шляхи, що проходять відповідні маси  $m_{II}, m_M, m_r$  від початку координат;  $P_d = \frac{K \cdot (V_0 - \dot{y}_{II})}{B + (V_0 - \dot{y}_{II})^2}$  - приведена до канатів сила двигуна;

$V_0 = V_r \cdot n_0 / n_d$  - швидкість підйому вантажу, що відповідає синхронній частоті обертання ротора двигуна  $n_0$ , м/с;  $K = 2 \cdot M_K \cdot s_{kc} \cdot V_0 \cdot u \cdot \eta / r_B$ ;  $B = s_{kc}^2 \cdot V_0^2$  - коефіцієнти які визначають механічну характеристику електродвигуна;  $M_K = \lambda \cdot M_H$  - критичний (максимальний) момент двигуна;  $\lambda$  - коефіцієнт короткочасного перевантаження електродвигуна;  $M_H$  - номінальний момент електродвигуна, Н·м;  $s_{kc} = (n_0 - n_d) \cdot (\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1}) / n_0$  - критичне ковзання

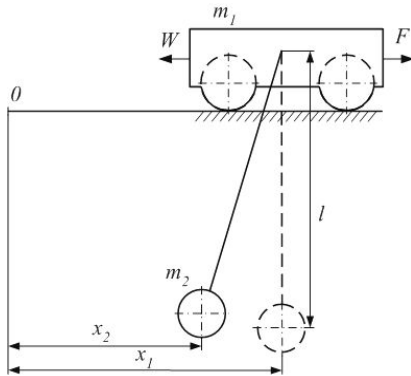
### Лекція 11. Визначення горизонтальних динамічних навантажень для кранів із гнучким підвісом вантажу

Вантажопідйомні крани значну долю від усього циклу роботи працюють при неусталених режимах роботи (пуск, зупинка, реверс). Усталений режим руху крана взагалі може бути відсутнім. Тому динамічні процеси, які виникають протягом перехідних режимів руху кранових механізмів, визначають умови роботи крана. Крім того, перехідні процеси необхідно враховувати при визначенні енергетичних показників роботи крана. Що стосується надійності роботи крана, його продуктивності та зручності експлуатації то ці важливі показники залежать від коливань вантажу, закріпленого на гнучкому підвісі. Ці коливання виникають протягом перехідних режимів руху крана, продовжуються на усталеному русі і після зупинки вантажного візка.

Основна тенденція розвитку сучасних систем керування рухом крана – перехід на інтелектуальне комп'ютерне керування (мехатронізація крана). Високоінтелектуальні системи керування краном вирішують задачу усунення коливань вантажу, але роблять це не за оптимальними принципами. Дійсно, якщо відома математична модель руху крана, то завжди можна обрати закон руху візка (або функцію зміни приводного зусилля) при якому коливання вантажу зникають до кінця зупинки візка. Таких законів керування рухом крана можна знайти

безліч. Однак, нас цікавить такий закон, при якому енергетичні та динамічні показники роботи крана будуть якнайкращими. Така постановка задачі властива теорії оптимального керування. Використовуючи методи оптимального керування можна синтезувати функцію зміни приводного зусилля (одну з безлічі можливих варіантів) при якому досягаються якнайкращі, з деяких позицій, характеристики роботи крана. Ці характеристики визначаються оптимізаційним критерієм, у якості якого обирають інтегральний (рідше термінальний) функціонал, який повинен відображати бажані або небажані характеристики руху крана. У першому випадку критерій необхідно максимізувати, у другому – мінімізувати.

Для проведення досліджень прийнято двомасову модель механізму пересування кранового візка (рис. 5.1), яка досить широко використовується у задачах дослідження динаміки руху візка.



5.1 Розрахункова модель системи „візок-вантаж”

Приведена розрахункова схема (рис. 5.1) описується системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + m_2 \ddot{x}_2 = F - W \operatorname{sign} \dot{x}_1; \\ \ddot{x}_2 + \frac{g}{l}(x_2 - x_1) = 0, \end{cases} \quad (1)$$

де  $m_1$  – приведена маса приводного механізму і вантажного візка;  $m_2$  – маса вантажу;  $x_1, x_2$  – координати центрів мас відповідно візка і вантажу;  $g$  – прискорення вільного падіння;  $l$  – довжина гнучкого підвісу,  $F$  – сумарне тягове або гальмівне зусилля, що діє на візок;  $W$  – приведена сила опору переміщенню візка.

Будемо вважати, що при переміщенні візка протягом гальмування візок не змінює свою швидкість, тобто  $\operatorname{sign} \dot{x}_1 = 1$ .

Для усунення коливань вантажу необхідно забезпечити такі умови:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(T) = 0; \\ x_1(T) - x_2(T) = 0; \\ \dot{x}_1(T) - \dot{x}_2(T) = 0, \end{cases} \quad (2)$$

де  $x_1(T)$  і  $x_2(T)$  – координати центрів мас відповідно візка і вантажу момент часу  $T$ ;  $\dot{x}_1(T)$  і  $\dot{x}_2(T)$  – швидкість візка і вантажу відповідно у момент часу  $T$ ;  $T$  – момент закінчення гальмування ( $T$  не є фіксованим).

Перше рівняння системи (2) встановлює зупинку візка у момент закінчення гальмування, а інші два – усунення коливань вантажу, оскільки енергія коливань буде рівною нулю (енергія коливань дорівнює сумі кінетичної та потенціальної енергії. Кінетична енергія коливань пропорційна квадрату різниці  $\dot{x}_1 - \dot{x}_2$ , а потенціальна – квадрату різниці  $x_1 - x_2$ ). З другого рівняння системи (2) знайдемо:

$$\dot{x}_1(T) = \dot{x}_2(T) + \Delta \dot{x}(T), \quad (3)$$

де через  $\Delta \dot{x}(T)$  позначено  $\frac{l}{g} \ddot{x}_2(T)$ . Оскільки згідно з (2)  $\Delta \dot{x}(T) = 0$ , то умову (3) можна

переписати таким чином:  $\dot{x}_2(T) = 0$ . (4)

Введемо позначення:  $y_0 = \frac{l}{g} \dot{x}_2$ ,  $u = \frac{F - W}{m_1}$ , тоді систему рівнянь (2) можна переписати у такому вигляді:

$$\begin{cases} \dot{y}_0 = y_1; \\ \dot{y}_1 = y_2; \\ \dot{y}_2 = u - \omega^2 y_1, \end{cases} \quad (5)$$

де  $\omega = \sqrt{\frac{(m_1 + m_2)g}{m_1 l}}$  – частота власних маятникових коливань вантажу відносно рухомої точки підвісу (відносно візка).

На керування накладаються обмеження у вигляді нерівності:

$$|u| \leq u_{\max} = \frac{F_{\max} - W}{m_1}, \quad (6)$$

де  $F_{\max}$  – максимальне зусилля приводу візка, яке відповідає максимальному моменту на валу двигуна.

Значимо, що отримана система рівнянь (5) має на одне рівняння менше ніж ті, які використовувались дослідниками такої ж задачі. Таке зменшення кількості фазових координат системи дає змогу отримати аналітичний розв'язок задачі, причому сам процес розв'язування не є досить складним. Для отриманої системи рівнянь запишемо кінцеві умови руху системи „візок-вантаж”:

$$y_0(T) = y_1(T) = y_2(T) = 0. \quad (7)$$

Початкові умови визначаються значеннями фазових координат на початку гальмування візка з вантажем:

$$\begin{cases} y_0(0) = \frac{l}{g} \dot{x}_2(0); \\ y_1(0) = \frac{l}{g} \ddot{x}_2(0); \\ y_2(0) = \frac{l}{g} \dddot{x}_2(0). \end{cases} \quad (8)$$

У якості критерію, який потребує мінімізації, оберемо інтегральний функціонал:

$$I = \int_0^T [\delta_0 y_0^2 + \delta_1 y_1^2 + \delta_2 y_2^2 + (1 - \delta_0 - \delta_1 - \delta_2) u^2] dt, \quad (9)$$

де  $\delta_0, \delta_1, \delta_2$  – деякі коефіцієнти. Пояснимо чому саме такий критерій обрано. Одиничний критерій  $y_0^2$  відображає кінетичну енергію руху вантажу, який коливається. Значимо, що природніше було б обрати інший критерій, який би відображав кінетичну енергію руху візка, але при цьому інтегральний критерій став би нелінійним, що значно ускладнює розв'язування задачі. Сума критеріїв  $y_1^2$  та  $y_2^2$  (квадрати відхилення координат центрів мас візка і вантажу, а також квадрат різниці їх швидкостей) з відповідними коефіцієнтами характеризують енергію коливань вантажу. Крім того, у критерії (9) також враховані втрати на керування системою. Необхідно також сказати про те, що величини, які входять у критерій (9) мають різний фізичний зміст. Тому їх необхідно приводити до одної розмірності або до безрозмірної величини. У подальшому будемо вважати, що цю функцію виконують коефіцієнти  $\delta_i$  ( $i=1, 2, 3$ ). Це означає, що коефіцієнти  $\delta_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) представляються у вигляді добутку двох величин  $\delta_i = k_i \tilde{I}_i$ ,

$$(10)$$

де  $k_i$  – ваговий коефіцієнт, який відображає важливість  $i$ -того одиничного критерію з виразу (9);  $\tilde{I}_i$  – деякий коефіцієнт, який приводить розмірність одиничного критерію, наприклад, до безрозмірного вигляду (це може бути мінімально можливе значення  $i$ -того критерію). Для скорочення записів введемо позначення:  $\delta_u = 1 - \delta_0 - \delta_1 - \delta_2$ .

Основне функціональне рівняння запишеться таким чином:

$$\min[\delta_0 y_0^2 + \delta_1 y_1^2 + \delta_2 y_2^2 + \delta_u u^2 + \frac{\partial S}{\partial y_0} y_1 + \frac{\partial S}{\partial y_1} y_2 + \frac{\partial S}{\partial y_2} (u - \omega^2 y_1)] = 0, \quad (11)$$

де  $S$  – функція Беллмана.

Будемо вважати, що на керування  $u$  не накладено обмежень (6). Це дасть змогу знайти аналітичний розв'язок задачі. Однак у подальшому ми врахуємо нерівність (6).

Мінімум правої частини рівняння (11) будемо шукати по параметру керування  $u$  для чого продиференціюємо її за  $u$  та прирівняємо отримане до нуля:

$$2\delta_u u + \frac{\partial S}{\partial y_2} = 0. \quad (12)$$

$$\text{Знайдемо з рівняння (12) керування } u : u = -\frac{1}{2\delta_u} \frac{\partial S}{\partial y_2}. \quad (13)$$

Підставимо отримане у рівняння (13), в результаті чого будемо мати:

$$\delta_0 y_0^2 - \frac{1}{4\delta_u} \left(\frac{\partial S}{\partial y_2}\right)^2 + y_2 \left(\frac{\partial S}{\partial y_1} + y_2 \delta_2\right) + y_1 \left(\frac{\partial S}{\partial y_0} + y_1 \delta_1 - \frac{\partial S}{\partial y_2} \omega^2\right) = 0. \quad (14)$$

Рівняння (14) є нелінійним диференціальним рівнянням у частинних похідних. Будемо шукати його розв'язок у вигляді квадратичної форми:

$$S = A_1 y_0^2 + A_2 y_1^2 + A_3 y_2^2 + A_4 y_0 y_1 + A_5 y_0 y_2 + A_6 y_1 y_2, \quad (15)$$

де  $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$  – постійні коефіцієнти, які необхідно визначити.

Візьмемо частинні похідні з виразу (15) за параметрами  $y_0, y_1$  та  $y_2$ :

$$\frac{\partial S}{\partial y_0} = 2A_1 y_0 + A_4 y_1 + A_5 y_2, \quad (16)$$

$$\frac{\partial S}{\partial y_1} = A_4 y_0 + 2A_2 y_1 + A_6 y_2, \quad (17)$$

$$\frac{\partial S}{\partial y_2} = A_5 y_0 + A_6 y_1 + 2A_3 y_2, \quad (18)$$

Підставимо вирази (16-18) у рівняння (14), отримаємо:

$$\begin{aligned} & \delta_0 y_0^2 - \frac{1}{4\delta_u} (A_5 y_0 + A_6 y_1 + 2A_3 y_2)^2 + y_2 (A_4 y_0 + 2A_2 y_1 + A_6 y_2 + y_2 \delta_2) + \\ & + y_1 (2A_1 y_0 + A_4 y_1 + A_5 y_2 + y_1 \delta_1 - A_5 y_0 + A_6 y_1 + 2A_3 y_2 \omega^2) = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Розкриємо квадрати та винесемо за дужки спільні множники. У результаті перетворень рівняння (19) будемо мати:

$$\begin{aligned} & y_0^2 \left(\delta_0 - \frac{A_5^2}{4\delta_u}\right) + y_1^2 \left(A_4 - A_6 \omega^2 - \frac{A_6^2}{4\delta_u} + \delta_1\right) + y_2^2 \left(A_6 + \delta_2 - \frac{A_3^2}{\delta_u}\right) + y_0 y_1 \times \\ & \times \left(2A_1 - \frac{A_6 A_5}{2\delta_u} - A_5 \omega^2\right) + y_0 y_2 \left(A_4 - \frac{A_3 A_5}{2\delta_u}\right) + y_1 y_2 \left(2A_2 + A_5 - \frac{A_3 A_6}{2\delta_u} - A_3 \omega^2\right) = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

Рівняння (20) буде справедливим у тому випадку, коли вирази у дужках будуть рівні нулю, оскільки  $y_0 \neq 0, y_1 \neq 0, y_2 \neq 0$  одночасно. Тому рівняння (20) можна замінити на систему нелінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{cases} \delta_0 - \frac{A_5^2}{4\delta_u} = 0; \\ A_4 - A_6 \omega^2 - \frac{A_6^2}{4\delta_u} + \delta_1 = 0; \\ A_6 + \delta_2 - \frac{A_3^2}{\delta_u} = 0; \\ 2A_1 - \frac{A_6 A_5}{2\delta_u} - A_5 \omega^2 = 0; \\ A_4 - \frac{A_3 A_5}{2\delta_u} = 0; \\ 2A_2 + A_5 - \frac{A_3 A_6}{2\delta_u} - A_3 \omega^2 = 0. \end{cases} \quad (21)$$

Використовуючи рівняння (13) та (18), запишемо:

$$u = -\frac{A_5 y_0 + A_6 y_1 + 2A_3 y_2}{2\delta_u}. \quad (22)$$

Отже нас цікавлять лише три коефіцієнта  $A_3$ ,  $A_5$ ,  $A_6$ . Для їх знаходження перейдемо до іншої системи з трьох рівнянь, яку можна отримати з системи (21), зробивши деякі перетворення:

$$\begin{cases} \delta_0 - \frac{A_5^2}{4\delta_u} = 0; \\ A_6 + \delta_2 - \frac{A_3^2}{\delta_u} = 0; \\ \frac{A_3 A_5}{\delta_u} - A_6 \omega^2 - \frac{A_6^2}{4\delta_u} + \delta_1 = 0. \end{cases} \quad (23)$$

Систему рівнянь (23) можна звести до одного алгебраїчного рівняння четвертої степені відносно  $A_3$ :

$$B_1 A_3^4 + B_2 A_3^2 + B_3 A_3 + B_4 = 0, \quad (24)$$

$$\text{де } B_1 = -\frac{1}{4\delta_u^3}, \quad B_2 = -\frac{\delta_2}{2\delta_u^2} - \frac{\omega^2}{\delta_u}, \quad B_3 = \pm \frac{2\delta_0}{\sqrt{\delta_0 \delta_u}} \quad (\text{знак „+” відноситься до випадку, коли}$$

$$A_5 = 2\sqrt{\delta_u \delta_0}, \text{ а знак „-” до випадку, коли } A_5 = -2\sqrt{\delta_u \delta_0}), \quad B_4 = \delta_1 + \delta_2 \omega^2 - \frac{\delta_2^2}{4\delta_u}.$$

За допомогою методу Декарта-Ейлера отримали корені рівняння (24). Оскільки вони значні за об'ємом то приведемо лише їх умовні позначення:  $A_{3(j)}$  ( $j=1, 2, 3, 4$ ). Тепер можемо записати розв'язки системи рівнянь (23):

1.  $A_5 = 2\sqrt{\delta_u \delta_0}$ ,  $A_6 = -\delta_2 + \frac{A_3^2}{\delta_u}$ ,  $A_{3(1)}$ ;
2.  $A_5 = 2\sqrt{\delta_u \delta_0}$ ,  $A_6 = -\delta_2 + \frac{A_3^2}{\delta_u}$ ,  $A_{3(2)}$ ;
3.  $A_5 = 2\sqrt{\delta_u \delta_0}$ ,  $A_6 = -\delta_2 + \frac{A_3^2}{\delta_u}$ ,  $A_{3(3)}$ ;
4.  $A_5 = 2\sqrt{\delta_u \delta_0}$ ,  $A_6 = -\delta_2 + \frac{A_3^2}{\delta_u}$ ,  $A_{3(4)}$ ;
5.  $A_5 = -2\sqrt{\delta_u \delta_0}$ ,  $A_6 = -\delta_2 + \frac{A_3^2}{\delta_u}$ ,  $A_{3(1)}$ ;
6.  $A_5 = -2\sqrt{\delta_u \delta_0}$ ,  $A_6 = -\delta_2 + \frac{A_3^2}{\delta_u}$ ,  $A_{3(2)}$ ;
7.  $A_5 = -2\sqrt{\delta_u \delta_0}$ ,  $A_6 = -\delta_2 + \frac{A_3^2}{\delta_u}$ ,  $A_{3(3)}$ ;
8.  $A_5 = -2\sqrt{\delta_u \delta_0}$ ,  $A_6 = -\delta_2 + \frac{A_3^2}{\delta_u}$ ,  $A_{3(4)}$ .

Систему диференціальних рівнянь (1) можна привести до одного диференціального рівняння четвертого порядку відносно невідомої функції переміщення вантажу  $x_2(t)$ :

$${}^{\text{IV}} x_2 + \omega^2 \ddot{x}_2 = u \omega_0^2, \quad (25)$$

де  $\omega_0$  – частота коливань вантажу відносно нерухомої точки підвісу,  $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$ .



Неоднорідне диференціальне рівняння (25) можна перетворити у однорідне. Справді, керування (22) залежить від фазових координат системи, які, як вже зазначалося, пропорційні кінематичним функціям руху вантажу:  $y_0 = \frac{l}{g}\dot{x}_2$ ,  $y_1 = \frac{l}{g}\ddot{x}_2$ ,  $y_2 = \frac{l}{g}\ddot{\ddot{x}}_2$  або  $y_0 = \dot{x}_2\omega_0^{-2}$ ,  $y_1 = \ddot{x}_2\omega_0^{-2}$ ,  $y_2 = \ddot{\ddot{x}}_2\omega_0^{-2}$ . Тоді праву частину рівняння (25) можна записати таким чином:

$$u\omega_0^2 = -\frac{A_5\dot{x}_2 + A_6\ddot{x}_2 + 2A_3\ddot{\ddot{x}}_2}{2\delta_u}. \quad (26)$$

Зробивши відповідні перетворення, можемо записати однорідне диференціальне рівняння, яке еквівалентне рівнянню (25):

$${}^{IV}x_2 + Q_1\ddot{\ddot{x}}_2 + Q_2\ddot{x}_2 + Q_3\dot{x}_2 = 0, \quad (27)$$

де  $Q_1, Q_2, Q_3$  – деякі коефіцієнти ( $Q_1 = \frac{A_3}{\delta_u}, Q_2 = \omega^2 + \frac{A_6}{2\delta_u}, Q_3 = \frac{A_5}{2\delta_u}$ ).

Для розв'язування рівняння (26) складемо його характеристичне рівняння, яке є алгебраїчним рівнянням четвертої степені:

$$r^4 + Q_1r^3 + Q_2r^2 + Q_3r = 0. \quad (28)$$

Корені рівняння:

$$\left\{ \begin{array}{l} r_1 = 0 \\ r_2 = \frac{1}{6} \left[ -2Q_1 + \frac{2^{\frac{4}{3}}(Q_1^2 - 3Q_2)}{(-2Q_1^3 + 9Q_1Q_2 - 27Q_3 + 3^{\frac{3}{2}}\sqrt{-Q_1^2Q_2^2 + 4Q_2^3 + 4Q_1^3Q_3 - 18Q_1Q_2Q_3 + 27Q_3^2})^{\frac{1}{3}}} \right] \\ r_{3,4} = \left[ -\left(2^{\frac{4}{3}}Q_1^2 + 3 \cdot 2^{\frac{4}{3}}Q_2 - \left(-4Q_1^3 + 18Q_1Q_2 - 54Q_3 + 6\sqrt{-3(Q_1^2 - 4Q_2)Q_2^2 + 6Q_1(2Q_1^2 - 9Q_2)Q_3 + 81Q_3^2}\right)^{\frac{2}{3}} - \right. \right. \\ \left. \left. - 4Q_1 \left(-2Q_1^3 + 9Q_1Q_2 + 3\left(-9Q_3 + \sqrt{-3(Q_1^2 - 4Q_2)Q_2^2 + 6Q_1(2Q_1^2 - 9Q_2)Q_3 + 81Q_3^2}\right)^{\frac{1}{3}}\right)\right]^{\frac{1}{3}} \right] \times \\ \times \left[ 12\left(-2Q_1^3 + 9Q_1Q_2 + 3\left(-9Q_3 + \sqrt{-3(Q_1^2 - 4Q_2)Q_2^2 + 6Q_1(2Q_1^2 - 9Q_2)Q_3 + 81Q_3^2}\right)^{\frac{1}{3}}\right)\right]^{\frac{1}{3}} \pm \\ \pm \left[ -2Q_1^2 + 6Q_2 + 2^{\frac{1}{3}}\left(-2Q_1^3 + 9Q_1Q_2 - 27Q_3 + 3\sqrt{-3(Q_1^2 - 4Q_2)Q_2^2 + 6Q_1(2Q_1^2 - 9Q_2)Q_3 + 81Q_3^2}\right)^{\frac{2}{3}} \right]^{\frac{1}{3}} \end{array} \right. \quad (29)$$

Тепер можемо записати розв'язок диференціального рівняння (26):

$$x_2 = C_1 + C_2 e^{tp_2} + e^{t\operatorname{Re}[p_{3,4}]} [C_3 \operatorname{Sin}(\operatorname{Im}(p_{3,4})t) + C_4 \operatorname{Cos}(\operatorname{Im}(p_{3,4})t)], \quad (30)$$

де  $C_1, C_2, C_3, C_4$  – постійні інтегрування, які визначаються з початкових умов руху системи. Необхідно зазначити, що кількість початкових умов (8) не відповідає кількості постійних інтегрування. Не вистачає однієї початкової умови, яку неважко знайти (це третя похідна функції переміщення вантажу за часом). Отже запишемо систему рівнянь, яка дає змогу знайти невідомі постійні інтегрування:

$$\begin{cases} x_2(0) = x_{20}; \\ \dot{x}_2(0) = \dot{x}_{20}; \\ \ddot{x}_2(0) = \ddot{x}_{20}; \\ \ddot{\ddot{x}}_2(0) = \ddot{\ddot{x}}_{20}. \end{cases} \quad (31)$$

Знайдемо розв'язок системи рівнянь:

$$\begin{cases}
C_1 = -\frac{\ddot{x}_{20} - \dot{x}_{20}(p_2 + 2\operatorname{Re}(p_{3,4})) + \dot{x}_{20}(\operatorname{Im}^2(p_{3,4}) + 2p_2\operatorname{Re}(p_{3,4}) + \operatorname{Re}^2(p_{3,4}))}{p_2(\operatorname{Im}^2(p_{3,4}) + \operatorname{Re}^2(p_{3,4}))} + x_{20}; \\
C_2 = \frac{\ddot{x}_{20} - 2\dot{x}_{20}\operatorname{Re}(p_{3,4}) + \dot{x}_{20}(\operatorname{Im}^2(p_{3,4}) + \operatorname{Re}^2(p_{3,4}))}{p_2(\operatorname{Im}^2(p_{3,4}) + (p_2 - \operatorname{Re}^2(p_{3,4})))}; \\
C_3 = \frac{\ddot{x}_{20}(p_2 - \operatorname{Re}^2(p_{3,4})) - 2\dot{x}_{20}(p_2 - \operatorname{Im}^2(p_{3,4}) - 3\operatorname{Re}^2(p_{3,4})) + \dot{x}_{20}p_2(\operatorname{Im}^2(p_{3,4}) + 2p_2\operatorname{Re}^2(p_{3,4}) - 3\operatorname{Re}^2(p_{3,4}))}{(\operatorname{Im}^2(p_{3,4}) + \operatorname{Re}^2(p_{3,4}))(\operatorname{Im}^2(p_{3,4}) + (p_2 - \operatorname{Re}^2(p_{3,4})))}; \\
C_4 = \left[ -\ddot{x}_{20}(\operatorname{Im}^2(p_{3,4}) + \operatorname{Re}(p_{3,4})(p_2 - \operatorname{Re}(p_{3,4}))) + \dot{x}_{20}\operatorname{Re}(p_{3,4})(p_2^2 + 3\operatorname{Im}^2(p_{3,4}) - \operatorname{Re}^2(p_{3,4})) + \dot{x}_{20}p_2 \times \right. \\
\left. \times (-3\operatorname{Im}^2(p_{3,4})\operatorname{Re}(p_{3,4}) + \operatorname{Re}^3(p_{3,4}) + p_2(\operatorname{Im}(p_{3,4}) - \operatorname{Re}(p_{3,4}))(\operatorname{Im}(p_{3,4}) + \operatorname{Re}(p_{3,4}))) \right] \times \\
\left[ \operatorname{Im}(p_{3,4})(\operatorname{Im}^2(p_{3,4}) + (p_2 - \operatorname{Re}(p_{3,4}))^2)(\operatorname{Im}^2(p_{3,4}) + \operatorname{Re}^2(p_{3,4})) \right]
\end{cases}$$

## Лекція 12-13. Динаміка спеціальних кранів Динаміка кувального крана

Розрахунки механізму головного підйому проводиться з обліком його навантаження в процесі виконання операції по обтисковій злитка, коли, крім статичних, виникають значні динамічні й ударні технологічні навантаження. Першочерговим завданням розрахунків є визначення максимального діючого навантаження, для чого розглядають конкретні випадки силової взаємодії преса, оброблюваної заготовки й крана.

При найпоширенішому куванні з патроном у кожному циклі процесу можна виділити чотири характерні етапи.

1. Стан статичної рівноваги, коли злиток лежить частково на столі преса (рис. 6.1), частково підтримується через патрон ланцюгом кантувача.

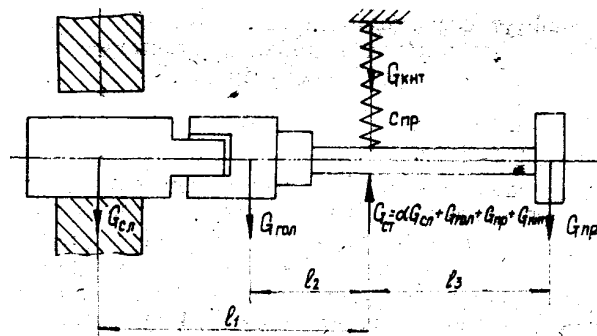


Рисунок 6.1 - Стан статичної рівноваги при куванні з патроном (перший етап)

У цьому випадку на кран передається статичне навантаження  $G_1 = G_{Cm}$  від ваги кантувача, патрона й частини ваги злитка:

$$G_1 = G_{Cm} = (am_{Cл} + m_{Гол} + m_{Пр} + m_{Кнт})g = aG_{Cл} + G_{Гол} + G_{Пр} + G_{Кнт},$$

де  $m_{Cл}$ ,  $m_{Гол}$ ,  $m_{Пр}$ ,  $m_{Кнт}$  - маси відповідно злитка, головки патрона, протизваги патрона, кантувача;

$G_{Cл}$ ,  $G_{Гол}$ ,  $G_{Пр}$ ,  $G_{Кнт}$  - маси відповідно злитка, головки патрона, протизваги патрона, кантувача.

2. Кантування злитка. В окремі моменти цього етапу на кран може передаватися повна вага злитка, тобто діяти навантаження:

$$G_2 = G_{Cл} + G_{Гол} + G_{Пр} + G_{Кнт}.$$

3. Період обтиску злитка, коли вісь злитка зміщується вниз на величину  $\Delta y$ , рівну половині ходу бойка преса. У цьому випадку крапка підвісу патрона до кантователю зміщується вниз разом з віссю злитка також на  $\Delta y$ , за рахунок перекосу осей патрона й злитка при наявності зазорів у головці патрона одночасно піднімається на величину  $l\varphi_1$ . Як видно зі схеми,  $l$  - відстань від центру обертання злитка в головці патрона до осі кантувача, м;  $\varphi_1$  - кут перекосу осей.

У підсумку результуючий зсув точки підвісу патрона до кантувача дорівнює величині  $\Delta y = l\varphi_1$ , а діюче навантаження на крані з обліком виникаючої пружної сили, кН:

$$G_3 = G_{Cm} + c_{Пр}(\Delta y - l\varphi_1),$$

де  $c_{Пр}$  - наведений коефіцієнт жорсткості пружних елементів крана, ,

$$c_{Пр} = \frac{c_m c_n c_{кнт}}{c_m c_n + c_m c_{кнт} + c_n c_{кнт}},$$

де  $c_m, c_n, c_{кнт}$  - коефіцієнти жорсткості відповідно мосту, поліспавної підвіски, кантувача,.

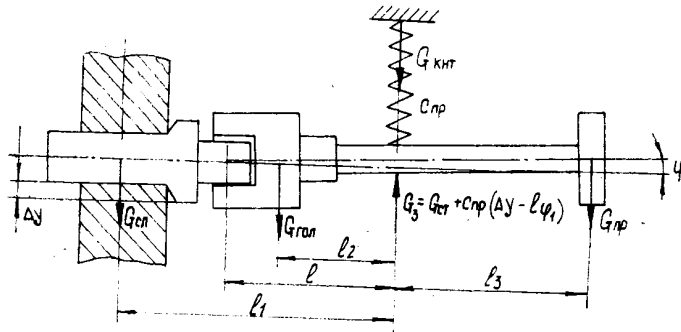


Рисунок 6.2 - Схема процесу кування з патроном у період обтиску злитка (третій етап)

4. Повернення системи в положення статичної рівноваги, коли внаслідок відходу нагору бойка преса відбувається майже миттєве звільнення від навантаження, викликаної жимом преса. Вісь патрона повертається щодо осі злитка на кут  $\varphi_2$  і до крана прикладається додаткове ударне навантаження, викликане різким опусканням крапки підвісу патрона на величину  $l\varphi_2$ , рівну  $c_{пр}l\varphi_2$ . Тоді повне діюче навантаження:

$$G_4 = G_{Cm} + c_{пр}(\Delta y - l\varphi_1 + l\varphi_2) = G_1 + c_{пр}[\Delta y - l(\varphi_1 - \varphi_2)].$$

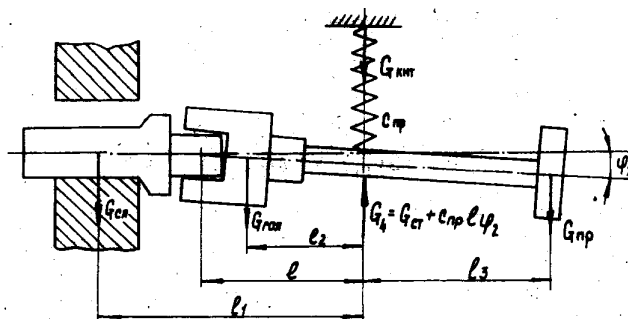


Рисунок 6.3 - Схема повернення системи в положення статичного рівноваги після обтиску злитка (четвертий етап)

Розрахунки максимальних навантажень проводиться для найбільших значень обтиску злитка  $\Delta y_{max}$  і перекосу осей патрона й злитка  $\varphi_{max}$ . Величина максимального обтиску злитка визначається по технологічних картах, а кут перекосу залежить від зазорів у з'єднанні злитка з патроном і орієнтовно визначається  $\varphi_{max} = \frac{\delta}{a}$ ,

де  $\delta$  - величина зазору;

$a$  - глибина отвору в головці патрона.

Максимальне навантаження при куванні без патрона виникає в період обтиску злитка й визначається:

$$G_{max} = \alpha G_{Cл} + G_{кнт} + c_{пр} \Delta y_{max}.$$

Додаток технологічних навантажень супроводжується коливальними процесами в підвіску, ланках механізму й несучих конструкцій мосту. При куванні з патроном коливальні явища виникають у результаті додатка двох послідовних імпульсів:

1 - раптового звільнення від навантаження:

$$c_{np}(\Delta y_{max} - l\varphi_{1max});$$

2 - миттєвого додатка сили, рівного  $c_{np}l\varphi_{2max}$ , внаслідок різкого опускання противаги патрона.

При куванні без патрона динамічний характер навантаження обумовлене тільки раптовим розвантаженням системи від сили  $c_{np}\Delta y_{max}$ .

Розрахунки механізму підйому й металоконструкції мосту можна виконувати з використанням наступних динамічних коефіцієнтів:

1 - коефіцієнт динамічності при куванні з патроном

$$k_D = 1 + \frac{c_{np}(\Delta y_{max} - l\varphi_{1max})}{\alpha G_{Сл} + G_{Гол} + G_{Пр} + G_{Кнт}};$$

2 - коефіцієнт ударного навантаження при куванні з патроном

$$k_{y\partial} = 1 + \frac{c_{np}[\Delta y_{max} - l(\varphi_{1max} - \varphi_{2max})]}{\alpha G_{Сл} + G_{Гол} + G_{Пр} + G_{Кнт}};$$

3 - коефіцієнт динамічності при куванні без патрона

$$k_D = 1 + \frac{c_{np}\Delta y_{max}}{\alpha G_{Сл} + G_{Кнт}}.$$

### Спрощена методика визначення перевантажень кувальних кранів при механічному розгальмовуванні механізму підйому

У результаті уточнених розрахунків максимальних навантажень у пружних елементах кувального крана вантажопідйомністю 150+50т установлене, що перевантаження крана в значній мірі обумовлена інерційною дією обертових мас механізму підйому при його розгоні під дією натягу канатів. На підставі цього представляється можливим спростити розрахункову схему крана й розглядати її як одномасову однозв'язну систему з наведеним коефіцієнтом твердості всіх пружних зв'язків і наведеної до поступального руху масою обертових частин механізму підйому.

Як показали розрахунки, погрішність одномасової схеми при визначенні перевантажень зв'язків становить 6 %.

Розрахункова одномасова схема для визначення максимального перевантаження крана з урахуванням роботи механічного пристрою, що розгальмовує, показана на рис. 6.4, на якому прийняті наступні позначення:  $m_0$  - наведена до поступального руху маса обертових частин механізму підйому;  $m_1$  - наведена до ланцюга кантователя маса вантажу;  $c$  - коефіцієнт загальної твердості пружних зв'язків;

$P$  - зусилля преса;  $x_i$  - переміщення відповідних мас.

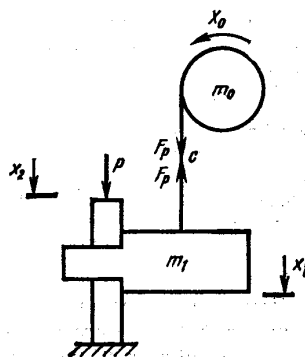


Рисунок 6.4 - Розрахункова схема для визначення перевантажень кувального крана при механічному розгальмовуванні

Рівняння руху наведених мас при кінематичному збурюванні системи

$$m_0\ddot{x}_0 = F; x_2 = Vt,$$

де  $V$  - швидкість переміщення ланцюги кантувача;  
 $x_2$  - переміщення бойка преса.

Навантаження зв'язку

$$F = F_p + c(x_1 - x_0).$$

Виключивши з формул переміщення і їх другі похідні, одержимо

$$\ddot{F} + \frac{c}{m_0} F = 0.$$

Розв'язок рівняння має вигляд

$$F = A \sin(\omega \cdot t + \varphi),$$

де  $\omega = \sqrt{\frac{c}{m_0}}$  - кругова частота коливань.

Для визначення амплітуди коливань маємо початкові умови

$$t = 0, x_0 = 0, x_1 = 0, F_0 = F_p, \dot{F} = cV, \dot{x} = 0, \dot{x}_1 = 0.$$

Після підстановки початкових умов  $F_p = A \sin \varphi$ ;  $cV = \omega A \cos \varphi$ .

Н знаходимо  $A = \sqrt{F_p^2 + \left(\frac{cV}{\omega}\right)^2}$ , або  $A = \sqrt{F_p^2 + cm_0V^2}$ .

Початковий фазовий кут коливань  $\varphi = \arctg \frac{\omega F_p}{cV}$

Момент досягнення максимального значення навантаження може бути знайдений з умови

$$(\omega t + \varphi) = \pi/2, \text{ звідки } t = \frac{1}{\omega} \left( \frac{\pi}{2} - \varphi \right).$$

Тоді вираження для максимального навантаження

$$F_{max} = \sqrt{F_p^2 + cm_0V^2}.$$

Заміняючи значення  $F_0$  добутком коефіцієнта перевантаження  $\psi$  (що допускається пристроєм, що розгальмовує) на натяг канатів від дії ваги номінального вантажу  $Q_K$ , одержимо

$$F_{max} = \sqrt{(\psi Q_K)^2 + cm_0V^2}.$$

Тоді перевантаження крана, обумовлене інерційною дією обертових мас

$$F_{Bp.ч} = F_{max} - F_p,$$

або  $F_{max} = \sqrt{(\psi Q_K)^2 + cm_0V^2} - \psi Q$ .

Перевантаження крана при номінальному натягу канатів можна визначити по формулі

$$F_H = \sqrt{(\psi Q_K)^2 + cm_0V^2}.$$

### Динаміка кранів-штабелерів

Розрахунки механізмів пересування візка й мосту, а також механізму обертання колони мостових кранів-штабелерів проводиться так само, як і для інших мостових кранів. Особливості представляють тільки механізми підйому. Навантаження від маси вантажопідйомного механізму з вантажем викликає реакції на напрямних котках колони (рис. 6.5):

$$R = (Ql + Gl_1)/h$$

де  $G$  - вага вантажопідйомника, каретки й кабіни;  $Q$  - вага вантажу;

$l, l_1, h$  - розміри, обумовлені по рис. 6.5.

Опір при пересуванні вантажопідйомника

$$W = 2R \left( \mu \frac{d_0}{2} + f \right) \frac{2}{D} = 4R \left( \mu \frac{d_0}{2} + f \right) \frac{1}{D},$$

де  $\mu$  - коефіцієнт тертя в цапфах котків;  $f$  - коефіцієнт тертя катання;  $D$ ,  $d_0$  - відповідно діаметри котків і їх осей.

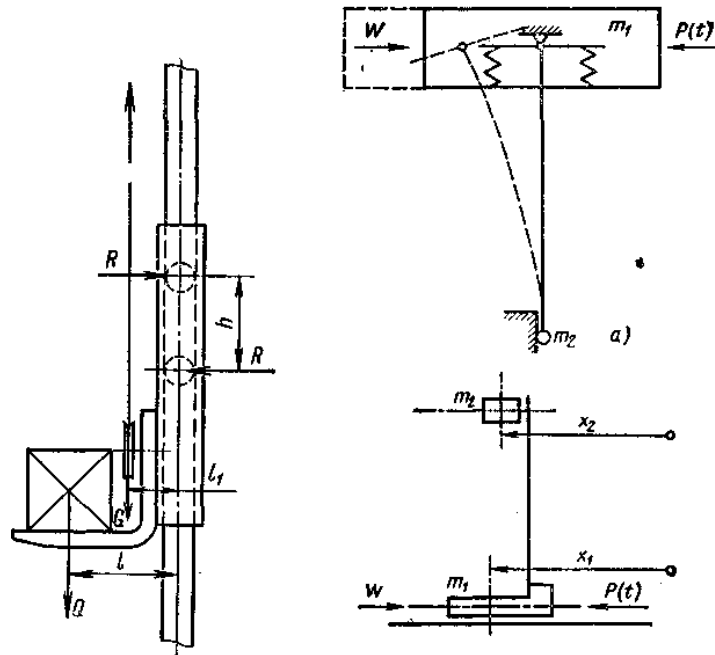


Рисунок 6.5 - Схема до розрахунків динамічних навантажень механізму підйому крана-штабелера: а - мостового; б - стележного

Зусилля в канаті вантажопідйомника з урахуванням сили інерції

$$P = (G + Q + W) \frac{1}{k\eta},$$

де  $k$  - кратність поліспасти;  $\eta$  - ККД поліспасти.

При експлуатації мостових кранів-штабелерів можливі випадки, коли кран зачіпає вилами за стележ при підйомі вантажу або переміщенні візка. Установлене, що такі випадки не викликають серйозних наслідків, тому що швидкість переміщення вантажопідйомного механізму в стележів невелика. Небезпечними для конструкції мостового крана-штабелера можуть бути тільки навантаження, що виникають при наїзді колони на перешкоду.

Динамічна модель мостового крана-штабелера в цьому випадку може бути представлена як двомасова (рис. 6.5, а). Перша маса  $m_1$  - маса візка, друга  $m_2$  - маса вантажу на кінці колони (кабіна, захват, вантаж) і наведена маса самої колони. Значення коефіцієнта приведення для маси колони рекомендуються ухвалювати наступними: при жорсткому защемленні консолі (колони) - 0,236, при пружному - 0,305. При наявності пристроїв, що зм'якшують удар при наїзді колони на перешкоду, коефіцієнт приведення для маси колони повинен бути ще більше. Рух при цьому визначається координатами маси візка й вантажу на кінці колони. Воно може бути описане рівняннями:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + b(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + c(x_1 - x_2) &= P(t) - \text{sign} \dot{x} W; \\ m_2 \ddot{x}_2 + b(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - c(x_1 - x_2) &= P_H(t). \end{aligned}$$

де  $x_1$ ;  $x_2$  - координати відповідно маси візка й вантажу на кінці колони;  $b$  - коефіцієнт демпфірування;  $c$  - жорсткість зв'язку між масами  $m_1$  й  $m_2$ ;  $P(t)$  - сила привода (або сила гальмування);  $P_H(t)$  - зусилля, що діє на нижньому кінці колони;  $W$  - опір пересуванню крана.

Коефіцієнт демпфірування можна визначити з рівняння

$$b = \frac{2\delta}{\tau} \cdot \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2},$$

де  $\delta$  - логарифмічний декремент коливань;  $\tau$  - період коливань маси  $m_1$  відносно  $m_2$ .

Коефіцієнт твердості  $c$  може бути визначений як величина, зворотна піддатливості нижньої точки колони під дією горизонтальної одиничної сили:

$$c = \frac{1}{f} = \frac{1}{f_1 + f_2 + f_3},$$

де  $f, f_1, f_2, f_3$  - повне горизонтальне переміщення нижньої крапки колони й горизонтальні переміщення тієї ж крапки від деформації колони, повороту перетину мосту й одиничної сили, прикладеної до нижньої крапки колони:

$$f_1 = \frac{H^3}{3EJ_K}; f_2 = \frac{H^2 L^3}{24EJ_B B^2}; f_3 = \frac{L^3}{384EJ_G},$$

(тут  $H$  - довжина колони;  $L$  - прггин мосту;  $J_K$  - момент інерції колони;  $J_B$  - момент інерції однієї з балок мосту у вертикальній площині;  $J_G$  - момент інерції однієї з балок мосту в горизонтальній площині;  $B$  - ширина колії візка).

Використовуючи наведені вище вираження для  $f_1, f_2, f_3$  одержуємо

$$c = \frac{3E}{\frac{H^3}{J_K} + \frac{H^2 L^3}{8EJ_B B^2} + \frac{L^3}{128EJ_G}}.$$

Проведеними експериментальними дослідженнями встановлене, що для одержання бажаних значень жорсткостей при проектуванні мостових кранів-штабелерів слід виходити з умови, що найбільші амплітуди коливань нижнього кінця колони повинні відповідати наступним межам:

$$0,00176\sqrt[3]{Q_H} > f > 0,00121\sqrt[3]{Q_H},$$

де  $Q_H$  - номінальна вантажопідйомність крана.

Для випадку гальмування візка мостового крана-штабелера

$$m_1 \ddot{x}_1 + b(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + c(x_1 - x_2) = P(t) - \text{sign} \dot{x} W;$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + b(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - c(x_1 - x_2) = 0.$$

Після спрощення цієї системи рівнянь отримане

$$m_1 \ddot{x}_1 + c(x_1 - x_2) = -P(t) + W;$$

$$m_2 \ddot{x}_2 - c(x_1 - x_2) = 0.$$

Помноживши перше із цих рівнянь на  $m_2$ , а друге на  $m_1$  й позначивши  $x_1 - x_2 = X$ , одержимо при спільному розв'язку двох рівнянь

$$\dot{X} + \frac{c(m_1 + m_2)}{m_1 m_2} X = \frac{P_T + W}{m_1}.$$

Вирішуючи це рівняння, одержуємо

$$X = \frac{(P_T + W)m_2}{m_1 m_2} \left[ \cos \sqrt{\frac{c(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}} t - 1 \right].$$

$$\text{Кругова частота коливань } \omega = \sqrt{\frac{c(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}}.$$

Період коливань маси  $m_1$  щодо маси  $m_2$

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 m_2}{c(m_1 + m_2)}}.$$

$$\text{Максимальна деформація пружного зв'язку } X = 2 \frac{(P_T + W)m_2}{c(m_1 + m_2)}.$$

$$\text{Максимальне зусилля в пружному зв'язку } S = 2 \frac{(P_T + W)m_2}{m_1 + m_2}.$$

Деформацію колони й зусилля в ній при наїзді мостового крана-штабелера на перешкоду її нижнім кінцем для випадку, коли двигун відключене й включене гальмо, можна визначити із припущення, що кінетична енергія мас крана витрачається в цьому випадку на подолання опорів тертя й нагромадження потенційної енергії вигину колони, тобто

$$\frac{mV^2}{2} = P_T x + Wx + \frac{cx^2}{2},$$

де  $m$  - маса крана;  $V$  - швидкість крана в момент наїзду на перешкоду;  $P_T$  - сила гальмування;  $W$  - сила опорів при пересуванні візка крана;  $c$  - жорсткість колони;  $x$  - переміщення кінця колони.

Вирішуючи це рівняння відносно  $x$ , одержуємо

$$x = \frac{P_T + W}{c} \left[ \sqrt{1 + \frac{mV^2 c}{(P_T + W)^2}} + 1 \right];$$

$$S = (P_T + W) \left[ \sqrt{1 + \frac{mV^2 c}{(P_T + W)^2}} + 1 \right].$$

Якщо при наїзді крана на перешкоду із працюючими двигунами прийняти момент двигуна постійним, то одержимо

$$\frac{mV^2}{2} = P_D x + Wx + \frac{cx^2}{2}$$

де  $P_D$  - зусилля двигуна.

Вирішуючи це рівняння, маємо

$$x = \frac{P_D - W}{c} \left[ \sqrt{1 + \frac{mV^2 c}{(P_D - W)^2}} + 1 \right];$$

$$S = (P_D - W) \left[ \sqrt{1 + \frac{mV^2 c}{(P_D - W)^2}} + 1 \right].$$

При проектуванні мостових кранів-штабелерів для окремих їхніх елементів ухвалюють різні комбінації навантажень. Так, при розрахунках двигунів і гальм усіх механізмів, канатів, елементів вантажопідйомного механізму й механізму підйому враховуються тільки навантаження від маси вантажу й металоконструкції крана.

При розрахунках металевих конструкцій мосту й колони на твердість ураховуються ще й динамічні навантаження, що виникають при пуску й гальмуванні й при наїзді на перешкоду на настановній швидкості.

При розрахунках елементів вантажопідйомного механізму враховують навантаження, що виникають від зачеплення вилами за стелаж при підйомі вантажу.

**Література до лекцій 11-13:** [5] с. 59-73; 432-433; [6] с. 223-236.

### Контрольні питання до лекцій 9-13

- 1 Які навантаження виникають під час роботи механізму підйому вантажу?
- 2 Наведіть розрахункові схеми процесу підйому вантажу.
- 3 Які навантаження виникають під час роботи механізму пересування вантажу?
- 4 Наведіть приклади виникнення динамічних навантажень у спеціальних кранах.

### Лекція 14-16. Динаміка конвеєрів

**Динаміка стрічкових конвеєрів** залежить від характеру, що транспортується вантажу, форми прогину стрічки під дією більших шматків, ударів шматків по стрічці й роликоопорам при завантаженні й інших експлуатаційних факторів.

У конвеєрах динамічні процеси виникають у режимах, що встановився й несталого рухів.



Динамічні навантаження при пуску привода. У період пуску в приводі конвеєра, крім статичних, виникають інерційні навантаження, на які повинен бути розрахований двигун. З ряду причин робота конвеєра пов'язана з буксуванням барабана. При цьому відбувається не тільки зношування стрічки й футеровки барабана, порушується нормальна робота конвеєра, але й виникають інтенсивні автоколивальні процеси в стрічці й приводі перевантаження, що є причиною, стрічки й приводної лінії.

Через пружне подовження стрічки не всі маси конвеєра починають рухатися одночасно під час пуску двигуна. Максимальне тягове зусилля на барабані:

$$W_{\max} = W_{cn} + W_{дин},$$

де  $W_{cn}$  - статичне тягове зусилля в період пуску.

$W_{cn} > W_o$ , тому що в період пуску коефіцієнт опору руху стрічки по роликкоопорам  $\omega_n$  більше, чим при режимі, що встановився

$$\omega_n = k_n \omega,$$

де  $k_n = 1,5$  - коефіцієнт кратності статичних опорів тертя при пуску.

Статичний момент при пуску, наведений до вала двигуна

$$M_{c.п.} = \frac{W_{cn} D}{2u_M \eta_{II}},$$

де  $u_M$  - передаточне число механізму;

$\eta_{II}$  - ККД у період пуску привода, що враховує збільшення опору руху стрічки в пусковий період:

$$\eta_{II} = 1 - (1 - \eta) k_{II} c_T,$$

де  $\eta$  - ККД привода при режимі, що встановився;

$c_T = 0,55 \dots 0,6$  - коефіцієнт можливого зменшення опору руху конвеєра.

Динамічні навантаження при пуску привода

$$M_D = I_{np} \frac{\omega}{t_{II}},$$

де  $I_{np}$  - наведений до вала двигуна момент інерції мас, що рухаються, конвеєра.

$$I_{np} = \delta I_o + \frac{m_{np} R^2}{u^2 \eta^2},$$

де  $m_{np}$  - наведена маса частин, що рухаються, конвеєра й вантажу;

$R$  - радіус барабана.

$$\text{Потужність двигуна } P = \frac{(M_{c.п.} + M_D) \omega}{\psi_{n.ср.} 10^3 \eta},$$

де  $\psi_{n.ср.} = 1,5 \dots 1,7$ .

$$\text{Тривалість пуску конвеєра } t_{II} = \frac{I_{np} \omega}{M_{II,ср.} - M_{c.п.}},$$

де  $\omega$  - кутова швидкість вала двигуна;  $M_{II,ср.}$  - середній пусковий момент двигуна.

Гальмовий момент на валу двигуна, що виключає мимовільний рух стрічки похилого конвеєра під дією ваги вантажу при зупинці двигуна,

$$M_T = [qH - c_T (F_o - qH)] \frac{D \eta_M}{2u_p},$$

де  $F_o$  - тягове зусилля конвеєра;

$D$  - діаметр барабана;

$\eta_M$  - ККД механізму;

$u_p$  - передаточне число редуктора.

Для траси конвеєра з похилими й горизонтальними ділянками

$$M_T = \{qH - c_T [F_o - q(H + L_2\omega)]\} \frac{D\eta_M}{2u_p},$$

де  $L_2$  - сумарна довжина всіх горизонтальних і похилих ділянок конвеєра.  
Гальмовий момент можна визначити й загальним методом:

$$M_T = \frac{F_T D}{2u_p} \eta_M,$$

де  $k_T = 1,25$  - коефіцієнт запасу гальмування;

$$F_T - \text{гальмове зусилля на барабані, } F_T = S_{нб} - S_{сб}.$$

Для обмеження вибігу стрічки при зупинці привода щоб уникнути засипання вузла приймання вантажу гальмо ставлять також у горизонтальних і похилих ділянок. У цьому випадку гальмо розраховують із умов поглинання кінетичної енергії, що рухаються мас конвеєра й привода:

$$M_T = I_{np} \frac{\omega}{t_T} - M_{с.т.},$$

де  $t_T$  - час гальмування.

Статичний момент на валу двигуна при гальмуванні

$$M_{с.т.} = \frac{F_o D}{2u_p} \eta_M.$$

Наведений момент мас, що рухаються, конвеєра

$$I_{np} = \delta I_o + \frac{m_k R^2}{u_p^2} \eta_M,$$

де  $m_k$  - маса конвеєра;

$R$  - радіус барабана;

$\delta = 1,15$  - коефіцієнт, що враховує обертові маси редуктора й барабана.

Час гальмування знаходимо з умов припустимої величини вибігу стрічки  $l_T$ :

$$t_T = \frac{2l_T}{v}.$$

У конвеєрі з ухилом убік транспортування вантажу двигун може працювати в генераторному режимі.

Окружне зусилля на барабані  $F_o = S_{нб} - S_{сб} < 0$ , і тому привод розташовується у хвостовій частині конвеєра.

Потужність двигуна в генераторному режимі

$$P = \frac{k_3 F_o v}{10^3} \eta_M,$$

$k_3 = 1,1$  - коефіцієнт запасу.

Стрічка являє собою систему з розподіленими параметрами. При дії на стрічку поздовжнього силового імпульсу в ній виникають хвилі деформації, які поширюються зі швидкістю

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

де  $E$  - модуль поздовжньої пружності стрічки;

$\rho$  - щільність матеріалу стрічки й вантажу на стрічці.

У момент включення привода рух вилучених ділянок стрічки починається тільки через деякий проміжок часу, за який хвиля від барабана пройде до розглянутого перетину стрічки (для довгих конвеєрів цей час становить кілька секунд).

Рівняння поздовжніх коливань пружної стрічки

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

де  $u$  - зсув перетину стрічки або деформація під дією силового імпульсу в крапці набігання стрічки на барабан;

$x$  - координата (спрямована уздовж стрічки).

У конвеєрі з податливим натяжним пристроєм (з вантажним натяжним барабаном близько привода) при додатку до стрічки силового імпульсу від привода уздовж робочої її галузей поширюється хвиля деформації, яка збільшує натяг стрічки. Обійшовши весь контур стрічки, хвиля відіб'ється від натяжного пристрою й вернеться до приводного барабана. Хвиля деформації, що зменшує натяг у неробочій галузях, гаситься ходом натяжного барабана. У конвеєрі із твердим натяжним пристроєм при додатку до стрічки силового імпульсу уздовж робочої галузей поширюється хвиля деформації, що збільшує натяг, а уздовж неробочої галузі - хвиля деформації, що зменшує натяг. Зустрічні хвилі накладаються один на одного, обходять увесь контур, відбиваються від привода й від границь гілок стрічки.

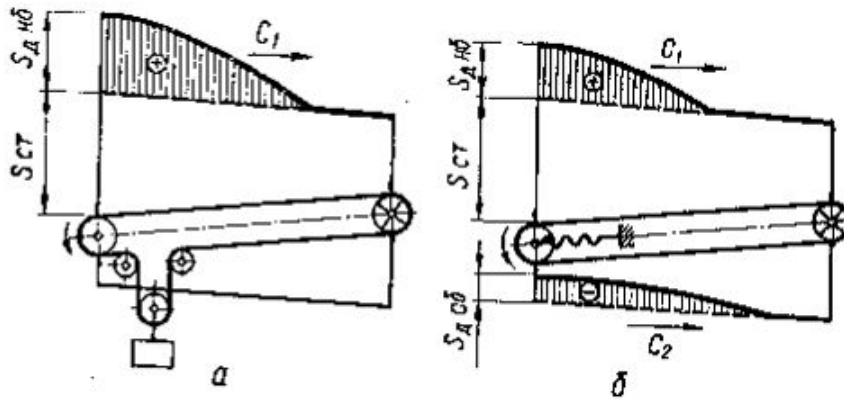


Рисунок 7.1 - Характер поширення хвиль деформації в стрічці при пуску конвеєра

Для визначення динамічних зусиль у стрічці досить розглянути в пусковий період тільки прямі хвилі.

Розв'язок рівняння для прямої хвилі представимо функцією

$$u = f(ct + x),$$

де  $f$  - шукана функція.

Динамічне зусилля від дії прямої хвилі в будь-якому перетині  $x$  по довжині стрічки прямо пропорційно швидкості переміщення перетину:

$$F_{ДХ} = c\rho \frac{du}{dt}.$$

Для конвеєра з податливим натяжним пристроєм рівняння руху має вигляд:

$$m_{np} \frac{dv}{dt} + c_1 \rho_1 v = F_{Д},$$

де  $c_1$  - швидкість поширення хвилі в навантаженій гілках стрічки;  $v$  - лінійна швидкість обода барабана;

$\rho_1$  - погонна щільність частин, що рухаються, навантаженої галузей стрічки;

$m_{np}$  - маса обертових частин привода, наведена до обода барабана,

$$m_{np} = \frac{\delta(I_P + I_M)u_P^2 \eta_{II}}{R^2},$$

де  $u_P$  - передаточне число редуктора;

$\eta_{II}$  - ККД. привода в пусковий період;

$R$  - радіус барабана;

$I_P, I_M$  - моменти інерції ротора двигуна й муфти на швидкохідному валу;

$c_1 \rho_1 v = S_{нб}$  - динамічне зусилля в стрічці в крапці набігання.

Динамічне окружне зусилля, передане стрічці від привода в пусковий період

$$F_D = (M_{н.сп.} - M_{с.н.}) \omega_P / R,$$

де  $M_{н.сп.}$  - середній пусковий момент двигуна;

$M_{с.н.}$  - статичний момент при пуску.

Розв'язавши диференціальне рівняння першого порядку при постійному моменті двигуна в пусковий період ( $F_D = \text{const}$ ), маємо

$$v = \frac{F_D}{c_1 \rho_1} (1 - e^{-\frac{c_1 \rho_1 t}{m_{np}}}).$$

Динамічне зусилля в стрічці в точці набігання

$$S_{нб} = F_D (1 - e^{-\frac{c_1 \rho_1 t}{m_{np}}}).$$

Максимальні динамічні зусилля в ланках, що набігає, стрічки з'являться в той час, коли пряма хвиля від привода обійде контур стрічки й відіб'ється від натяжного пристрою; відбита хвиля зворотного знака обійде контур стрічки й досягне точки набігання, після чого почнеться падіння динамічного зусилля.

Час, при якому зусилля досягає максимального значення,

$$t_m = 2 \left( \frac{L_K}{c_1} + \frac{L_K}{c_2} \right),$$

де  $L_K$  - довжина конвеєра;

$c_2$  - швидкість поширення хвилі в неробочій галузях стрічки.

У конвеєрах з податливим і твердим натяжними пристроями пробуксовки будуть відсутні при дотриманні умов:

- з податливим натяжним пристроєм

$$k_T \frac{S_{нб.см} + S_{нб.д.}}{S_{сб.см}} = e^{f\alpha};$$

- із жорстким натяжним пристроєм

$$k_T \frac{S_{нб.см} + S_{нб.д.}}{S_{сб.см} - |S_{сб.д.}|} = e^{f\alpha},$$

де  $kt = 1, 1.1, 1.5$  - коефіцієнт запасу сил тертя на приводному барабані.

### Динаміка ланцюгових конвеєрів.

Динамічні зусилля в ланцюзі при пуску

$$S_{ДП} = m_K \frac{D}{2} \cdot \frac{\varepsilon}{u_P},$$

де  $\varepsilon$  - кутове прискорення привода;

$D$  - діаметр зірочки;

$u_P$  - передаточне число редуктора;

$m_K$  - приводна маса механізму.

Кутове прискорення привода

$$\varepsilon = \frac{M_{П.сп.} - M_C}{J_{Пр}},$$

де  $M_{П.сп.}$  - середній пусковий момент двигуна;

$M_C$  - статичний момент, наведений до двигуна;

$J_{Пр}$  - наведений до двигуна момент інерції всіх мас, що рухаються, привода.

Час пуску ланцюгового привода  $t_{П} = \frac{\omega}{\varepsilon}$ .

Робота ланцюгових приводів характеризується пульсуючим рухом ланцюга при постійній швидкості обертання приводної зірочки. Причина цього полягає в зміні миттєвого радіуса набігання ланцюга на приводну зірочку від  $R$  до  $R \cos(\alpha/2)$  (рис. 7.2). При постійній швидкості обертання зірочки швидкість зуба по початковій окружності  $V_0 = const$ , а швидкість ланцюга буде змінюватися за законом

$$V = V_0 \cos \varphi = \omega R \cos \varphi,$$

де  $\varphi = \omega t$  - кутове переміщення шарніра ланцюга;

$\omega$  - кутова швидкість;

$R$  - радіус зірочки по початковій окружності;

$t$  - час.

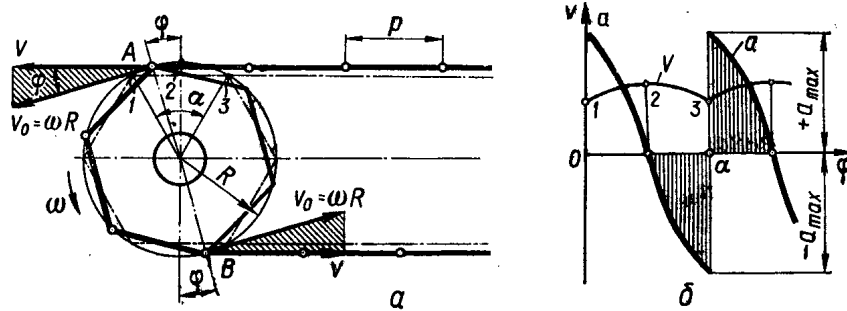


Рисунок 7.2 - Розрахункова схема динаміки ланцюгового привода

Прискорення ланцюга

$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt} \omega R \cos \varphi = -\omega R \sin \varphi \frac{d\varphi}{dt},$$

але  $\frac{d\varphi}{dt} = \omega$ , тоді  $a = -\omega^2 R \sin \varphi$ .

Прискорення змінюється по синусоїдальній залежності. Максимальне значення виникає при  $\varphi = 0 \dots \alpha$  у точках 1 і 3, нульові - для положення  $\varphi = \alpha/2$  у точці 2.

$$a_{max} = \pm \omega^2 R \sin(\alpha/2).$$

Тому що  $\sin(\alpha/2) = p/(2R)$ , те  $a_{max} = \pm \omega^2 p/2$ .

Прискорення миттєве зростає від  $-a_{max}$  до  $+a_{max}$  у момент, коли зуб стикається з наступним шарніром ланцюга.

Кутова швидкість зірочки

$$\omega = \frac{2\pi p}{60} = \frac{2\pi V}{z_0 p},$$

де  $z_0$  - число зубів зірочки;

$p$  - шаг ланцюга.

Одержимо:

$$a_{max} = \pm \frac{2\pi^2 V^2}{z_0^2 p} = \frac{2\pi^2 V^2}{z_0(z_0 p)}.$$

Динамічні зусилля (прискорення) у ланцюзі пропорційні квадрату швидкості й обернено пропорційні числу зубів і діаметру зірочки.

Оскільки сила до ланцюга прикладається миттєво роблячи удар, те динамічне навантаження на ланцюг складе  $4 a_{max}$ . Якщо врахувати інерційну силу, спрямовану убік руху в той момент, коли ланцюг рухається із затримкою ( $-a_{max}$ ), то розрахункове динамічне навантаження на ланцюг складе

$$S_D = 4 m_{np} a_{max} - m_{np} a_{max} = 3 m_{np} a_{max}.$$

Наведена маса  $m_{np}$  для ланцюгового привода

$$m_{np} = (m_{\Gamma} + \lambda m_K) L,$$

де  $m_{\Gamma}$  і  $m_K$  - погонні маси вантажу частин, що й рухаються, привода;

$L$  - довжина ланцюга привода;

$\lambda$  - коефіцієнт, що враховує участь маси зворотної гілки ( $\lambda = 2$  при  $L \leq 25$ м;  $\lambda = 1.5$  при  $L = 25 \dots 60$ м;  $\lambda = 1$  при  $L \geq 60$ м).

Підставивши значення  $a_{max}$ , одержимо вираження для динамічних зусиль

$$S_D = \frac{6(\pi V/z_0)^2 L m_{\Gamma p}}{p} .$$

Динамічні зусилля поширюються уздовж ланцюги зі швидкістю звуку

$$V = \sqrt{\frac{E_{\Gamma}}{\rho_{\Gamma}}},$$

де  $E_{\Gamma}$  - модуль поздовжньої пружності ланцюги;

$$\rho_{\Gamma} - \text{щільність матеріалу ланцюга, } \rho_{\Gamma} = \frac{m_{\Gamma}}{A_{\Gamma}},$$

де  $m_{\Gamma}$  - маса 1м ланцюга;

$A_{\Gamma}$  - середня площа її перетину.

Підставивши значення  $\rho$  одержимо

$$V = \sqrt{\frac{c_0}{m_{\Gamma}}},$$

де  $c_0 = E_{\Gamma} A_{\Gamma}$  - поздовжня твердість ланцюга.

Час пробігу пружної хвилі

$$\tau = \frac{L_{\Gamma}}{V} = \frac{L_p}{V_{\Gamma p}} + \frac{L_{\Gamma}}{V_{\Gamma}}$$

де  $L_{\Gamma}$  - повна довжина ланцюга;

$L_{\Gamma}, L_p, V_{\Gamma}, V_p$  - довжини й швидкості пружної хвилі робітника й неробочого ділянок ланцюги.

Повне розрахункове зусилля в ланцюзі  $S_{расч} = S_C + S_D$ .

При збігу частот змушених і вільних коливань ланцюгового привода як пружної системи виникає резонанс, пов'язаний з високими динамічними навантаженнями не тільки в ланцюзі, але й у всьому приводі.

Щоб уникнути резонансних режимів швидкість ланцюгового привода не повинна бути близької до величини

$$V = K \cdot \frac{p}{L} \sqrt{\frac{A}{q}},$$

де  $K = 3000 \dots 4000$  - коефіцієнт;

$p/L$  - відношення кроку ланцюга до довжини привода;

$A$  - площа перетину пластин ланцюгів;

$q$  - вага 1м частини привода, що рухається.

Швидкість тягового ланцюга може мати постійне значення в тому випадку, якщо кутова швидкість вала приводної зірочки рівномірна й змінюється за законом, що впливає з рівняння  $\omega \cos \varphi = V/R = const$ , тобто при постійному радіусі зірочки й  $V/R = const$  кутова швидкість повинна змінюватися назад пропорційно  $\cos \varphi$ .

**Література до лекцій 14-16:** [6] с. 316-330; [10] с. 100-140; [11] с. 70-75.

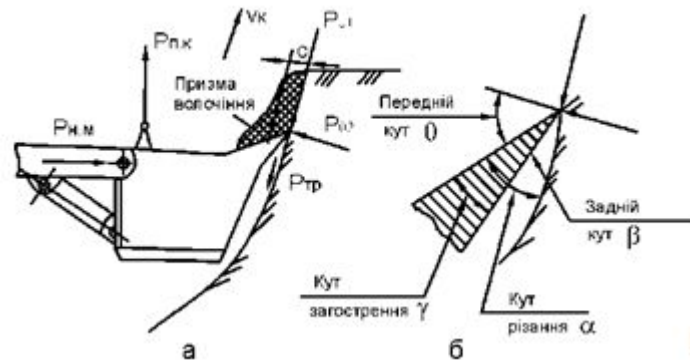
### Контрольні питання до лекцій 14-16

- 1 Які чинники викликають динамічні навантаження у стрічковому конвеєрі?
- 2 Як можна зменшити динамічні навантаження у стрічковому конвеєрі?
- 3 Які параметри викликають динамічні навантаження у ланцюговому конвеєрі?
- 4 Як можна зменшити динамічні навантаження у ланцюговому конвеєрі?

### Лекція 17-18. Динаміка машин для земляних робіт

Процес копання ґрунту за допомогою механічних лопат одноківшевих екскаваторів можна розбити на наступні періоди: руйнування ґрунтів; нагромадження ґрунтів у робочому органі; транспортування ґрунтів до місця розвантаження; повернення робочого органа у вибій

(вихідне положення). Найбільш енергоємною частиною цього процесу є руйнування ґрунтів, що супроводжується переміщенням частини ґрунту перець робочим органом (рис. 8.1, а) (призмою волочиння), перемішуванням ґрунту в ковші і призмі волочиння, утратами потужності на тертя ґрунту об стінки ковша і часток між собою. Сили, що діють при руйнуванні ґрунту, досить значні і залежать як від фізико-механічних характеристик розроблюваної породи, так і від геометричних параметрів ріжучої крайки (рис. 8.1, б). Так, зменшення кута загострення в межах від  $=45^\circ$  до  $=15^\circ$  веде до зменшення коефіцієнта питомого опору ґрунтів руйнування на 5...15%, а зменшення заднього кута  $< 5^\circ$  може привести до значного збільшення сил тертя між вибоєм і передньою стінкою ковша.



а - ківш прямої лопати; б - геометрія ріжучої крайки

Рисунок 8.1 - Схема руйнування ґрунтів за допомогою клиноподібного робочого органа

Для тривалого збереження працездатності рекомендуються зубці із кутами загострення  $25^\circ$  до  $40^\circ$ .

Зміна кута різання (копання) впливає на величину сил і на ступінь наповнення ковша, що відзначалося в роботах Н.Г. Домбровського та Ю.А. Ветрова. Оптимальність визначених кутів різання і загострення для кожного типу вибоїв може визначатися як теоретично, так і експериментально. У даній роботі передбачається експериментально визначити значення кута різання, що відповідає максимальному наповненню ковша і мінімальному значенню зусиль різання і . При цьому про величину наповнення ковша можна судити за коефіцієнтом наповнення

$$k_n = \frac{V_{сп}}{E_m}$$

$E_m$  - теоретична місткість ковша;

$V_{сп}$  - обсяг ґрунту, зачерпнутого в процесі копання,

$M_{сп}$  - маса зачерпнутого ґрунту, кг;  $\rho$  - щільність ґрунту.

Основні складові частини одноковшового екскаватора - робоче устаткування, ходовий пристрій, привод, поворотний пристрій, кабіна машиніста. Робочим органом є ківш, якому надаються рухи й зусилля, достатні для відділення від масиву, захвата, переносу й навантаження (або укладання) ґрунту в межах зони дії ковша.

Завантаження ґрунту може відбуватися в транспортні машини й пристрої (автомобілі-самоскиди, землевозні візки, саморозвантажні вагони, бункери, гідроприймачі ґрунту, на конвеєри), укладання у відвал або земляне спорудження, що зводиться.

Особливість одноковшових екскаваторів полягає в стаціонарності робочого процесу: розробка ґрунту ведеться ними зі стоянки доти, поки із зони дії ковша буде вилучений весь необхідний ґрунт. Для продовження розробки ґрунту екскаватор переміщається на нову стоянку.

Головною відмінною ознакою одноковшових екскаваторів є робоче устаткування. Основні види його - пряма лопата й зворотна лопата. Пряма лопата служить для розробки ґрунту вище рівня стоянки екскаватора, для чого ківш рухається в процесі копання вгору від

екскаватора. Зворотною лопатою ґрунт розробляється нижче рівня стоянки: ківш рухається нагору в напрямку екскаватора.

Пряма й зворотна лопати - це жорстко направлене робоче устаткування: ківш пов'язаний із платформою за допомогою системи жорстких елементів.

Пряма лопата - найпоширеніший тип робочого устаткування одноковшових екскаваторів. При гнучкій підвісці розрізняють напірні прямі лопати з висувною рукояттю й безнапірні.

Напірна пряма лопата з рухливою рукояттю (рисунок 2.1) складається з ковша 10, рукояті 9, стріли 6, піднімального каната або поліспасти 8 і напірного механізму 5. Стріла опирається на поворотну платформу за допомогою п'ятового шарніра 1. Через головні блоки 7 піднімальний канат іде до барабана піднімальної лебідки 2. Стріла верхнім кінцем за допомогою поліспасти 3 підвішена до двоногої стійки на платформі екскаватора.

Нерухомою ланкою-стійкою виконавчого механізму є стріла, що у точках  $O_1$  і  $O_2$  утворює обертельні пари з рухомими ланками ? головними блоками 7 і напірними шестірнями або блоками. Останні в точці А кінематично пов'язані з деталями рукояті. Рукоять із ковшем утворює рухому ланку, що у точці В шарнірно з'єднується з піднімальним канатом, який огинає головний блок стріли, починаючи із точки С.

Положення рукояті в сідловому підшипнику 4 дозволяє їй повертатися навколо валу напірного механізму під дією зусилля в піднімальному канаті, а також переміщатися поступально в сідловому підшипнику в результаті дії напірного механізму. Таким чином, механізм має два ступені свободи, необхідні для керування ковшем у процесі копання. Ківш переміщається в результаті додавання піднімального й напірного рухів, а ґрунт розробляється просуванням заглибленого в масив ковша.

Робочий цикл машини складається з послідовних операцій: відділення від масиву ґрунту і його захвата ковшем; перекошу ґрунту при повороті екскаватора в напрямку вивантаження, що сполучається з висуванням або втягуванням рукояті; вивантаження ґрунту при відкритому дніщі ковша; зворотного переміщення ковша, здійснюваного сполученням повороту екскаватора з опусканням ковша до підшви вибою й висуванням або втягуванням рукояті.

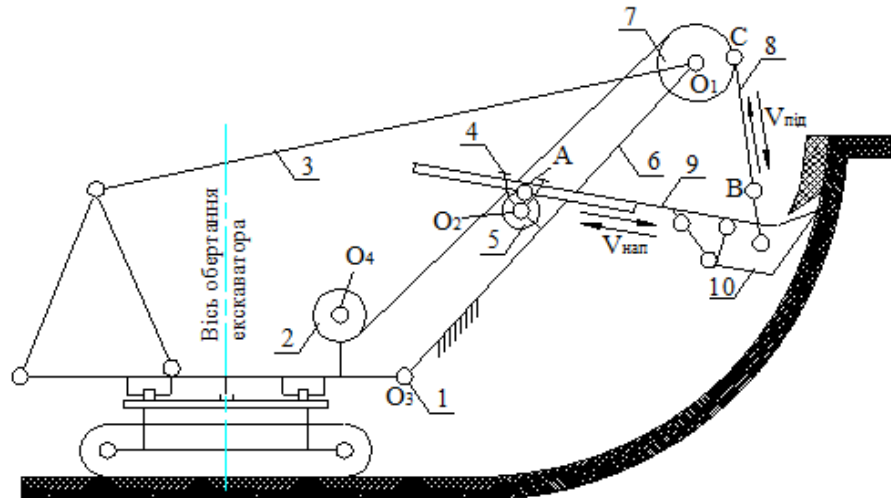


Рисунок 8.2 - Пряма лопата напірна з висувною рукояттю

У безнапірних прямих лопатах (рис. 8.2) нерухомою ланкою виконавчого механізму є платформа з додатковою передньою стійкою 12, яка втримується поліспастом 13. У точках  $O_3$ ,  $O_4$  і  $O_5$  вони утворюють обертельні пари з рухомими ланками ? стріловим 2 і піднімальним 11 барабанами лебідки, блоками 14 стрілового поліспасти 3 і стрілою 6. Стріла утворює обертельні пари з рукояттю 9 у шарнірі 15, головними блоками 7, а в шарнірі 1 із платформою екскаватора. У точці В в обертельну пару з ковшем 10 входить арка його підвіски, з'єднана з піднімальним канатом 8, що у точці С стикається з головним блоком стріли й огинає його.

Пряма лопата виконує робочі рухи при повороті ланок 6 і 9. Траєкторії різання утворюються додаванням руху піднімального каната з рухом стріли навколо її шарнірної п'яти. Робочий цикл машини той же, що й прямої лопати з висувною рукояттю.





$r_1, r_2, r_3, r_p$  - геометричні параметри;

$G_{k+n}, G_p$  - сили ваги елементів робочого устаткування;

$i$  - кути нахилу каната підйому до осі рукояті й осі рукояті до горизонталі.

Теоретичні дослідження динамічних навантажень що діють на робоче обладнання та металоконструкцію екскаватора типу прямої механічної лопати (рисунок 3.2) проводяться на математичних моделях. Для даної конструктивної схеми складемо структурну схему динамічної моделі екскаватора (рисунок 3.4), на якій представимо основні масові й жорсткісні характеристики, а саме

- сумарна приведена маса екскаватора без маси стріли із приєднаним на ній обладнанням;
- наведена маса стріли;
- сумарна приведена маса вихідного вала редуктора й канатного барабана механізму підйому; проміжних валів редуктора механізму підйому; якоря двигуна й провідної напівмуфти моторного вала й веденої напівмуфти моторного вала, зубчастих коліс першої передачі;
- сумарна приведена маса верхньої половини рукояті й кремальєрних шестірень;
- сумарна приведена маса проміжних валів редуктора механізму напору; якоря двигуна й гальмового шківів й першої передачі механізму напору;
- сумарна приведена жорсткість підвісу стріли, л-подібної стійки й поворотної платформи;
- сумарна приведена жорсткість канатів підйомного механізму;
- сумарна приведена жорсткість проміжних валів редуктора механізму підйому й сумарна приведена жорсткість від вала двигуна до першої передачі редуктора механізму підйому;
- сумарна приведена жорсткість верхньої половини рукояті й кремальєрних шестірень;
- сумарна приведена поперечна жорсткість стріли;
- сумарна приведена жорсткість проміжних валів редуктора механізму напору й сумарна приведена жорсткість вала двигуна до першої передачі редуктора механізму напору;
- приведені рушійні зусилля, забезпечувані двигуном піднімального механізму;
- приведені рушійні зусилля, забезпечувані двигуном механізму напору;
- приведена сила ваги маси екскаватора;
- приведена сила ваги маси стріли й установлених на ній механізмів.

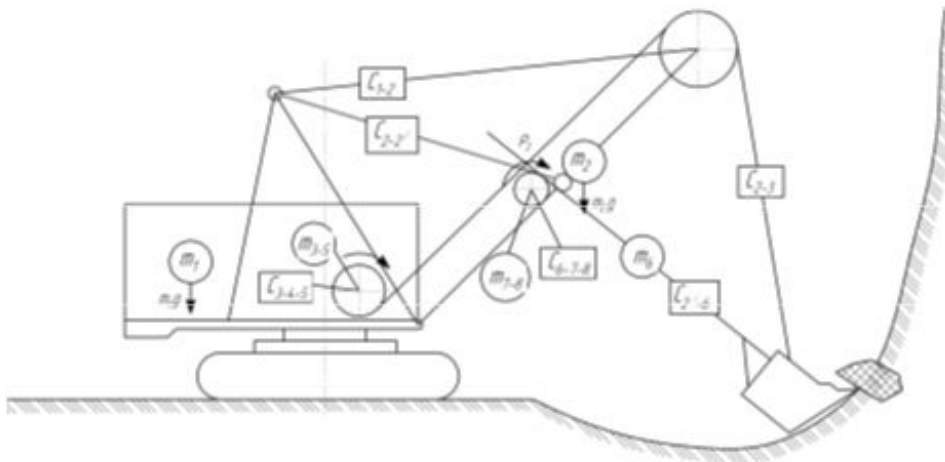


Рисунок 8.5 - структурна схема динамічної моделі екскаватора.

Проаналізувавши динаміку процесу копання можна виділити три динамічних моделі працюючих по черзі одна за іншою, а саме динамічна модель у режимі: копання (зусилля на різучій кромці не перевищують розрахункових); стопоріння (відбувається стопоріння робочого органа); зриву породи (перехід від стопоріння до нормальних умов копання).

Найбільші напруження в робочому обладнанні та металоконструкції виникають під час стопоріння ковша в забої. Складемо динамічну модель поведінки мас системи під час стопоріння ковша в забої (рисунок 8.6).

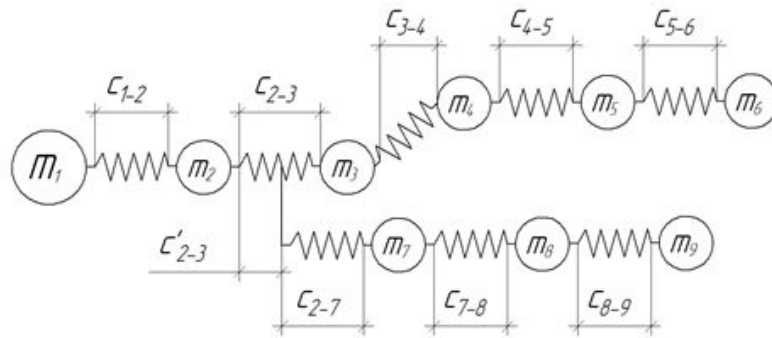


Рисунок 8.6 - Динамічна модель руху мас в під час стопоріння механізмів підйому та напору

Опишемо динамічну модель системою диференційних рівнянь спираючись на принципи теоретичної механіки.

$$\begin{cases} m_1 \cdot \ddot{x}_1 + c_{1,2} \cdot (x_2 - x_1) - (m_1 g)^{\text{пр}} = 0, \\ m_2 \cdot \ddot{x}_2 + c_{2,1} \cdot (x_1 - x_2) + c'_{2,3} \cdot (x'_3 - x_2) + \\ + c_{2,7} \cdot (x_7 - x_2) - c_{1,2} \cdot (x_2 - x_1) + (m_2 g)^{\text{пр}} = 0, \\ m_3 \cdot \ddot{x}_3 + c_{3,2} \cdot (x_2 - x_3) - c_{3,4} \cdot (x_4 - x_3) = 0, \\ m_4 \cdot \ddot{x}_4 + c_{4,3} \cdot (x_3 - x_4) - c_{4,5} \cdot (x_5 - x_4) = 0, \\ m_5 \cdot \ddot{x}_5 + c_{5,4} \cdot (x_4 - x_5) - c_{5,6} \cdot (x_6 - x_5) = 0, \\ m_6 \cdot \ddot{x}_6 - c_{5,6} \cdot (x_6 - x_5) + P_{\text{пр}}^{\text{пр}} = 0, \\ m_7 \cdot \ddot{x}_7 + c_{7,2} \cdot (x_2 - x_7) - c'_{2,3} \cdot (x'_3 - x_2) + c_{7,8} \cdot (x_8 - x_7) = 0, \\ m_8 \cdot \ddot{x}_8 + c_{8,7} \cdot (x_7 - x_8) - c_{8,9} \cdot (x_9 - x_8) = 0, \\ m_9 \cdot \ddot{x}_9 - c_{8,9} \cdot (x_9 - x_8) + P_{\text{пр}}^{\text{пр}} = 0. \end{cases}$$

Дана система диференційних рівнянь розв'язується за допомогою математичного пакету. Результатом розв'язку є графік переміщення маси  $m_i$  в часі.

**Література до лекцій 17-18:** [8] с. 15-40; [13] с. 10-137.

#### Контрольні питання до лекцій 17-18

- 1 Які параметри впливають на динамічні навантаження у робочому обладнанні екскаватора?
- 2 Як відбувається процес різання ґрунту?
- 3 За рахунок чого можна зменшити енергоємність процесу копання?

#### Лекція 19-20. Загальна характеристика засобів зменшення динамічних навантажень ПТБіДМ

Проблема зменшення рівня коливань конструкцій виникає в різних областях техніки: промислового й цивільного будівництва, важкому, транспортному й енергетичному машинобудуванні, приладобудуванні й т.п. У багатьох випадках вона пов'язана з необхідністю підвищення міцності й зниження матеріалоємності конструкцій, однак не менш важливі й такі

аспекти проблеми, як виконання технологічних вимог, пропонованих умовами експлуатації, і захист людей від шкідливої дії вібрацій. Актуальність проблеми безупинно зростає у зв'язку зі збільшенням розмірів конструкцій, підвищенням швидкості машин, жорсткістю санітарних і технологічних вимог до припустимих рівнів коливань.

До теперішнього часу відомі різні методи й засоби боротьби з неприпустимими коливаннями конструкцій, зокрема, балансування й зрівноважування машин, що є джерелами динамічних навантажень, зміна жорсткісних і інерційних параметрів конструкцій з метою відбудування від резонансу, підвищення властивостей, що демпфують, шляхом використання матеріалів і конструкцій з високою поглинаючою здатністю, наприклад спеціальних покриттів, застосування віброізоляції й різноманітних гасителів коливань. Кожний зі згаданих способів має, природно, свою раціональну область застосування. Гасителі в цьому переліку займають особливе місце завдяки тому, що їхнє використання може бути передбачене не тільки на стадії проектування й створення конструкцій, але й у випадку, коли незадовільні динамічні якості конструкції виявлені вже в процесі її експлуатації. Гідністю гасителів є також те, що при порівняно малих витратах додаткового матеріалу вони дозволяють відносно просто одержати бажаний ефект зменшення рівня коливань.

Область практичного використання гасителів досить широка. Добре відоме застосування гасителів у суднобудуванні. Давно й успішно використовуються вони для боротьби з вібраціями на високовольтних лініях. Є багато прикладів застосування гасителів з метою зниження рівня коливань різних інженерних споруджень – сталевих димарів, телевізійних веж, мостів, будинків і ін. Гасителі коливань використовуються для поліпшення роботи вимірювальних приладів і якості віброізоляції в перехідних режимах.

Динамічним гасителем коливань (ДГК) називають пристрій, у якому виникає сила інерції, що зменшує рівень коливань конструкції, що захищається. У літературі зустрічаються й інші назви ДГК, наприклад «антивібратор», «динамічний демпфер», «віброгаситель», «поглинач коливань», «амортизатор» і т.п. Найчастіше ДГК виконується у вигляді додаткової маси, приєднаної за допомогою пружного, що й демпфірує елементів до конструкції, що захищається, або безпосередньо до неврівноваженої машини – джерелу коливань. Широко застосовуються також гасителі, маса яких рухається по криволінійній поверхні або підвішена як маятник. Маса гасителя являє собою тверде тіло, до якого можуть приєднуватися знімні вантажі, іноді використовуються сталеві пружини, гумові елементи, пружні стрижні або пластини; для розсіювання енергії застосовуються матеріали з підвищеними дисипативними властивостями (гума, пластмаса), відрізки сталевих канатів, демпфери сухого тертя, гідравлічні, пневматичні й магнітні демпфери.

У цілому, область застосування ДГК досить велика. Основне значення мають конструкції, у яких динамічний гаситель виступає як самостійний засіб боротьби з вібраціями. При цьому найбільш важливі випадки, у яких він є практично єдиним або, принаймні, основним засобом віброзахисту. До подібних напрямків можна віднести застосування гасителів для боротьби з коливаннями високих гнучких споруджень, що перебувають під дією вітрового навантаження. У цих завданнях становить інтерес як підвищення надійності спорудження, так і зниження рівня коливань, спрямоване на виконання вимог експлуатації. У першому випадку надійність конструкції гасителя повинна бути близької до надійності конструкції, що захищається; перерви в експлуатації гасителя вкрай небажані, а в більшості випадків неприпустимі. Це впливає на конструктивну форму гасителя, яка, як правило, повинна бути максимально простою. У другому випадку можна виходити з того положення, що окремі перерви в експлуатації припустимі.

У багатьох випадках гасителі можуть застосовуватися в комбінації з іншими віброзахисними засобами, наприклад, разом з віброізоляцією або сейсмоізоляцією. Це питання часто не вимагає проведення спеціальних досліджень і може зважуватися на основі комбінації теорії віброізоляції й теорії гасителів коливань. Серед широкого кола подібних завдань можна назвати придушення пуско-зупинного резонансу віброізолюваних систем шляхом установки ДГК, гасіння резонансних коливань віброізолюваних систем, викликаних низькочастотними компонентами в спектрі впливу. Гасителі можна використовувати також разом з коректорами коливань.

Динамічні гасителі можуть бути особливо ефективними при малих амплітудах коливань системи, що захищається, що досить важливо для віброзахисту точних приладів, прецизійних верстатів і т.п.

При дії сейсмічних, вітрових і інших динамічних навантажень гасителі, установлені на металевих конструкціях і спорудженнях, працюють більш ефективно, ніж при установці на залізобетонних конструкціях, що пояснюється більш низькими декрементами коливань металевих конструкцій.

Таким чином, динамічні гасителі коливань мають широку область застосування і як самостійний засіб, і як частина загальної системи віброзахисту. Подальший розвиток теорії гасителів може йти по двом напрямкам. Перше пов'язане з поглибленням теорії розрахунків, заснованому на більш детальному вивченні й правильному відбитті характеру динамічних впливів і особливостей розрахункових схем, що захищаються конструкцій, дослідженні внутрішньої динаміки гасителів, розв'язку багатокритеріальних завдань оптимізації їх параметрів. При цьому залишається актуальною також завдання про зниження чутливості гасителів до деякої неминучої нестабільності вихідних даних.

Другий напрямок досліджень – це спільне використання гасителів і інших засобів віброзахисту, створення комбінованих засобів віброзахисту й розробка їх теорії. Тут доцільно розширити область застосування досить простих розрахункових моделей у всіх випадках, коли це виявиться можливим. Зокрема, це ставиться до віброзахисту об'єктів з розрідженим спектром. Правильне використання простих розрахункових моделей полегшить одержання якісних результатів, корисних при розробці нових типів гасителів, і дозволить розв'язати завдання про оптимальні комплексні системи віброзахисту різних об'єктів.

Звичайний винахід ДГК зв'язують із іменем Фрама, який в 1909 р. уперше запатентував конструкцію ДГК. Його іменем названі й цистерни для заспокоєння хитавиці кораблів. Умова заспокоєння хитавиці корабля – рівність часу переливання води з борту на борт і півперіоду власних коливань судна, а також результати проведених І. М. Бубновим експериментів були викладені А. Н. Криловим на лекціях у Морській академії в 1897 г., а через рік у доповіді в Англійському суспільстві корабельних інженерів.

Виникнення гасителів, насамперед, пов'язане із припущенням, що для зниження вібрації машин можна використовувати пружні системи із заданими властивостями. Допустимо, що в корпусі машини відбувається зворотно-поступальний рух маси. Оскільки центр мас корпусу й маси нерушливий, корпус машини й маса будуть рухатися в протилежні сторони, але з різними амплітудами. Згідно з визначенням, вібрація – це рух корпусу. Цей рух впливає по можливості зменшувати. Установимо на корпус машини невелику масу на пружині.

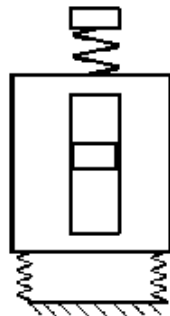


Рисунок 9.1 - Схема динамічного гасіння коливань

Якщо фаза коливань внутрішньої й зовнішньої маси буде рівна  $180^\circ$ , то корпус машини стане практично нерушливим. При цьому внутрішня й зовнішня маси будуть рухатися в протилежні сторони, а корпус і зовнішня маса в одну сторону. Чим менше тертя в пружині, тем ближче фаза коливань зовнішньої маси й корпусу до нуля, тем краще динамічне гасіння коливань.

Диференціальні рівняння руху у формі рівняння динаміки Ньютона:

$$\text{Прискорення} = \frac{\text{сила}}{\text{маса}}.$$

Для нижньої й верхньої маси рівняння мають вигляд

$$\ddot{y} = \frac{F_0 \sin(\omega t) + c_1(y_1 - y) - cy}{m};$$

$$\ddot{y}_1 = \frac{c_1(y - y_1)}{m_1}.$$

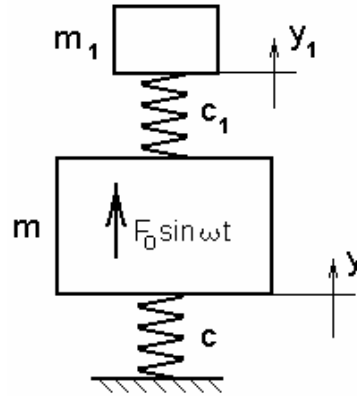


Рисунок 9.2 - Гаситель коливань

Коливання в даній системі є гармонійними,  $y = A \sin(\omega t)$ , тому після підстановки розв'язку у вигляді гармонійної функції і її похідних у вихідну систему рівнянь:

$$\begin{cases} -mA\omega^2 \sin(\omega t) = F_0 \sin(\omega t) + c_1(y_1 - A \sin(\omega t)) - cA \sin(\omega t); \\ m_1 \ddot{y}_1 = c_1(A \sin(\omega t) - y_1). \end{cases}$$

Умова повного гасіння коливань (випадок, коли коливання нижньої маси стануть дуже малими, практично рівними нулю) має вигляд  $A = 0$ .

Із цієї умови випливає

$$\begin{cases} 0 = F_0 \sin(\omega t) + c_1 y_1; \\ m_1 \ddot{y}_1 = -c_1 y_1. \end{cases}$$

Після підсумовування рівнянь  $m_1 \ddot{y}_1 = F_0 \sin(\omega t)$ .

Проінтегрував це рівняння й підставивши у верхнє рівняння вихідної системи, можна одержати параметри додаткової маси

$$\frac{c_1}{m_1} = \omega^2.$$

Ця умова збігається з умовою резонансу верхньої маси на частоту, що  $\omega$  змушує. Цікаво, що верхня маса може бути порівняно невеликий, але оскільки амплітуда її коливань

$$A_1 = \frac{F_0}{c_1} = \frac{F_0}{m_1 \omega^2},$$

це може приводити до занадто більших амплітуд, особливо при низькій частоті.

Найбільш доцільне використання гасителя Фрама в тому випадку, коли нижня маса випробовує резонансні коливання, тобто за умови

$$\frac{c}{m} = \omega^2.$$

Відомо, що підвіска, що працює в резонансі, рідке явище, оскільки, по суті, являє наочний приклад помилкового проектування.

Таким чином, гаситель (верхня маса) усуває коливання машини (нижня маса) за рахунок зустрічного стосовно сили руху малої додаткової маси. Нижня пружина не деформується, і коливання не передаються на фундамент.

Динамічний гаситель Фрама є гостро настроєною системою. Навіть при невеликому відхиленні від заданої частоти ефективність гасителя різко знижується.

Значне використання знаходять багатомасові гасителі коливань із паралельним або послідовним з'єднанням мас. Ці гасителі при великій кількості мас і порівняно малому

демпфіруванні пружних елементів дозволяють одержати за рахунок відповідного настроювання на різні частоти в заданому діапазоні приблизно таке ж зменшення рівня коливань, як одномасовий гаситель із оптимальним демпфіруванням. При гармонійному впливі з малою нестабільністю частоти діапазон ефективної роботи двохмасового гасителя ширше, ніж одномасового.

Балкові й пластинчасті гасителі, зменшують рівень коливань конструкції, що захищається, на декількох резонансних частотах.

Установлене, що для систем з рознесеними власними частотами (балки, баштові спорудження, будинки й т.п.) у багатьох випадках можна використовувати спрощені розрахункові схеми, враховуючи лише нижчі власні частоти й форми коливань і призначаючи параметри гасителя за даними, отриманим для двохмасової розрахункової схеми конструкції із ДГК. Для оболочкових, складчастих і інших систем, що мають досить густий спектр власних частот, зазначені спрощення часто виявляються неприйнятними.

Одне з важливих напрямків досліджень пов'язане з розробкою ефективних методів розрахунків конструкцій із приєднаними ДГК як систем з «непропорційним» тертям і способів вибору оптимальних параметрів гасителів.

Розгляд найбільш простих розрахункових схем конструкції, що захищається, і гасителя є основою всієї теорії гасителів коливань. Протягом тривалого часу обмежувалися розглядом лише гармонійних впливів.

При гасінні крутильних коливань для компенсації згинаючого дії складової сили  $F_N$  встановлюють два маятники в діаметрально протилежних крапках диска (рис. 9.3).

Створюваний ними ефект гасіння коливань має сумарну дію. Однак ця схема конструктивно зручна, як правило, лише при певних геометричних параметрах. Зі збільшенням довжина маятника суттєво зменшується. При малих розмірах застосовується біфілярний підвіс (рис. 9.3, б), коли в якості маятника використовується противага 1, укріплений за допомогою роликів 2 на щоці 3 колінчатого вала. Діаметр роликів менше, чим діаметр свердлінь у щоці.

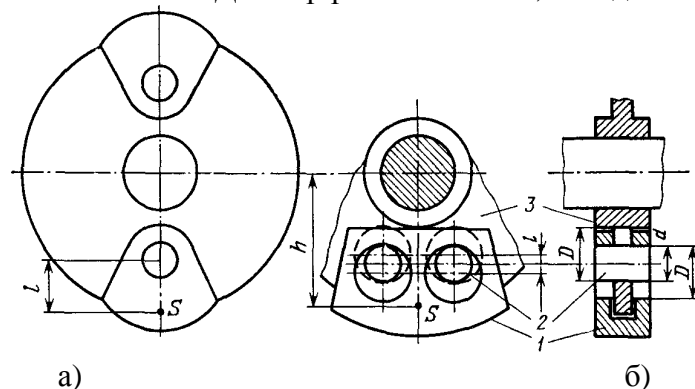


Рисунок 9.3 - Схеми гасителів крутильних коливань валів з жорстко закріпленими (а), і біфілярно підвішеними (б) маятниками

У поглиначах коливань зменшення амплітуд об'єкта, що захищається, досягається тільки за рахунок демпфірування (розсіювання енергії) при русі гасителя з  $m$  масою (рис. 9.4).

На відміну від пружинного гасителя з тертям, оптимальне настроювання якого при даному  $m_r$  визначається двома незалежними параметрами  $c_r$  й  $b_r$ , поглинач коливань дає менший ефект віброгашення, тому що його настроювання можливе за рахунок вибору тільки одного параметра ( $b_r$ ). Проте, поглиначі коливань використовуються досить широко через конструктивну простоту.

На рисунку 9.5 показана найпростіша конструкція поглинача із грузлим тертям для гасіння коливань вала 1. Гаситель виконаний у вигляді маховика 2, що вільно обертається на валу 1. Внутрішня порожнина заповнена грузлою рідиною з метою створення грузлого рідинного тертя між лопатками маточини 3, жорстко з'єднаної з валом і дисками маховика 2.

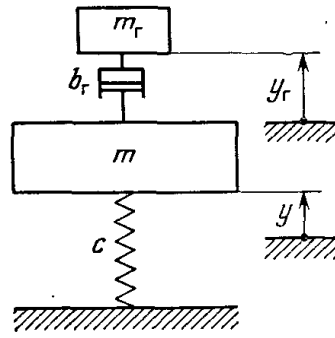


Рисунок 9.4 - Модель поглиначи коливань із грузим тертям

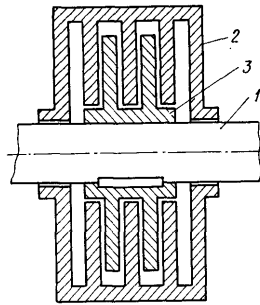


Рисунок 9.5 - Найпростіша конструкція поглиначи коливань із грузим тертям

Конструкція поглиначи коливань спрощується, якщо замість грузлого тертя використовується сухе тертя. На рисунку 9.6 показана конструкція поглиначи із сухим тертям для гасіння крутильних коливань вала 1. Гаситель 2 виконаний у вигляді маховика, що вільно обертається на маточині вала 1. Проковзування гасителя щодо маточини приводить до розсіювання енергії внаслідок сухого тертя на поверхнях фрикційних дисків 3, поміщених між гасителем і лопатками маточини. Сила сухого тертя регулюється стиском пружини.

В ударних гасителях коливань ефект віброзахисту ґрунтується на розсіюванні енергії при зіткненні гасителя, що й захищається об'єкта. На рисунку 9.7 показана схема віброзахистом системи із плаваючим ударним гасителем коливань, у якому гаситель у вигляді кулі встановлений вільно із зазором  $2\Delta$  усередині порожнини, з'єднаної з об'єктом.

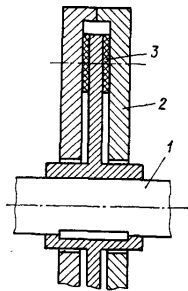


Рисунок 9.6 - Конструкція поглиначи коливань із сухим тертям

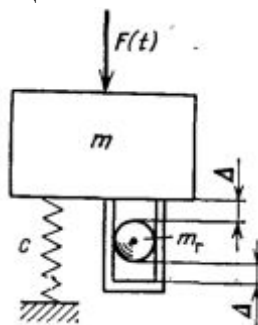


Рисунок 9.7 - Модель ударного гасителя коливань



Найбільше поширення знайшли плаваючі ударні гасителі (рис. 9.8, а, б, е), які виконані у вигляді кулі, циліндра, кільця, і встановлені із зазором. Плаваючі гасителі набудовують на режим двох почергових зіткнень тіла по кожному обмежникові за період руху, що дає для таких пристроїв найбільший ефект. Поряд із цим використовують пружинні (рис. 9.8, г) і маятникові (рис. 9.8, д) ударні гасителі з відповідною підвіскою гасителя. У таких пристроях реалізують режим одnobічних зіткнень із одним ударом за період. Рідше використовують аналогічні пристрої двосторонньої дії (рис. 9.8, е).

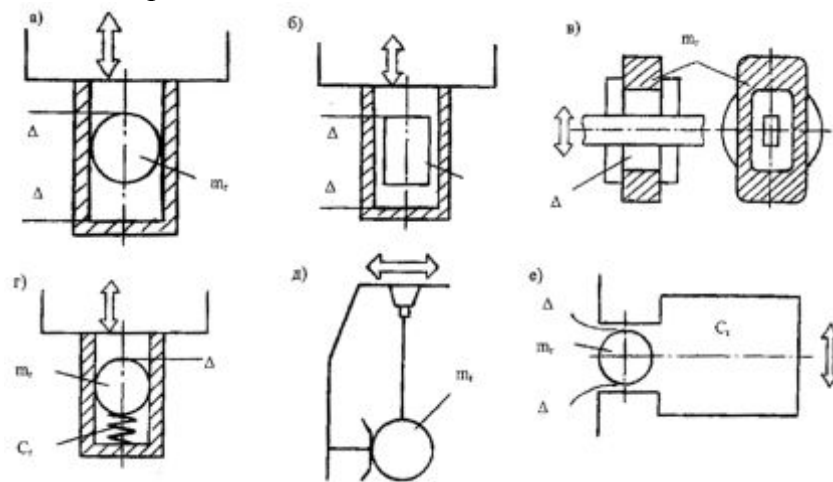


Рисунок 9.8 - Ударні гасителі коливань

Звичайно для баштових споруджень відношення цих частот не дуже сильно відрізняється від одиниці. Якщо ж відношення близьке до двох, то можливе застосування пристрою (рис. 9.10), який являє собою при коливаннях із площини креслення маятниковий динамічний гаситель коливань, при коливаннях у площині креслення – ударний гаситель.

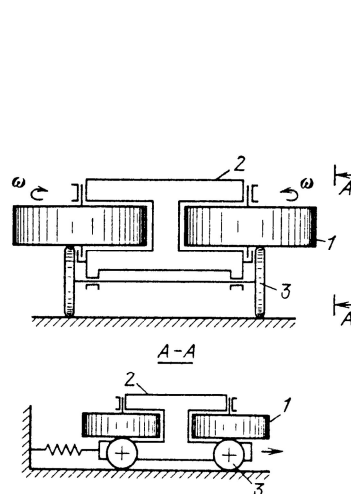


Рисунок 9.10 - Гаситель із обертовими масами

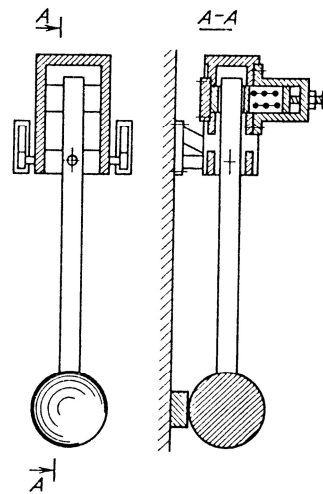
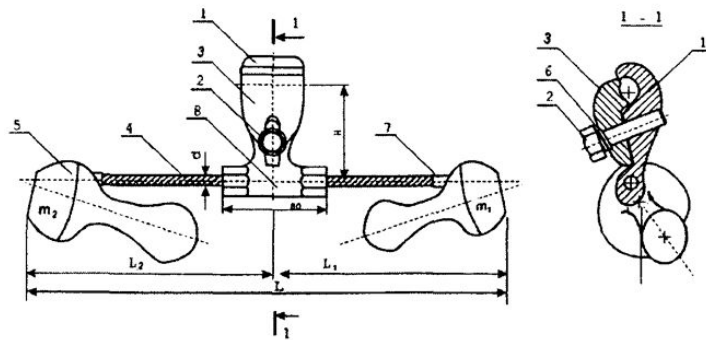


Рисунок 9.11 - Ударний гаситель

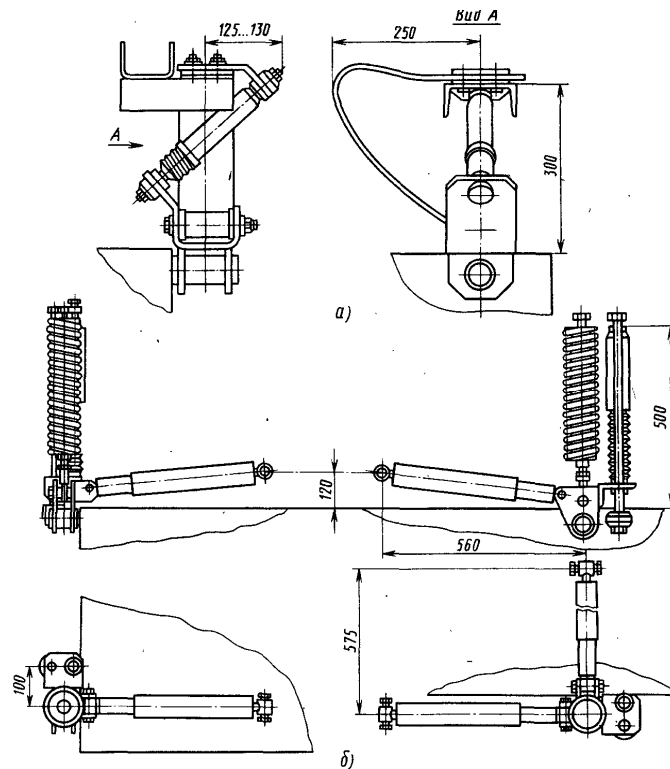
Поряд із пружинами в якості пружного елемента гасителів можуть бути використані гнучкі стрижні або пластинки. Найбільш простий і широко розповсюдженою конструкцією, у якій у якості розрахункової моделі використаний стрижень, що звивається, з масою, приєднаною до його кінця, є гаситель Стокбриджа, застосовуваний для віброзахисту проводів. Він випускається серійно з 1924 р., і являє собою відрізок багатодротового оцинкованого сталевго канату з укріпленням по центру затискачем для установки його на тросі і двома чавунними вантажами стаканообразної форми, закріпленими на кінцях. Цей гаситель широко застосовувався в багатьох країнах миру й неодноразово удосконалювався.

З 1998 р. застосовуються гасителі вібрації ГВП і ГВУ. Загальний вид гасителя ГВП наведено на рисунку 9.19.



1 – захват затискача; 2 – кріпильний болт; 3 – плашка;  
 4 – пружний елемент; 5 – вантаж; 6 – пружинні шайби;  
 7 – втулка гасителя; 8 – затискач гасителя  
 Рисунок 9.12 - Багаточастотний гаситель вібрації ГВП

На кранах легких режимів роботи використовують віброізоляцію крісла крановика у вертикальному напрямку. На кранах важких режимів роботи застосовують віброізоляцію кабіни крановика в цілому. З існуючих конструкцій найбільший інтерес представляє віброізолююча підвіска кабіни, яка складається із двох С-образних листових пружних елементів, що працюють на вигин, і двох гідравлічних амортизаторів (рис. 9.14, а).



а – з листовою ресорою; б – із циліндричною пружиною  
 Рисунок 9.14 - Віброзахисна підвіска кабіни крана

За допомогою цієї підвіски можна здійснити віброізоляцію в діапазоні частот більш 4 Гц. Кабіна має трьохточечну підвіску, одна з яких розташована в площині симетрії кабіни, а дві інші – по кутах кабіни. Центральна крапка закріплена за допомогою гумометалевого шарніра на твердому кронштейні. Дві інші пов'язані із С-образними пружними елементами й паралельно встановленими амортизаторами. Така конструкція досить проста й ефективна для кранів неінтенсивного використання.

Інша конструкція віброізолюючої підвіски (рис. 9.14, б) представляє більш досконалу конструкцію, і має два варіанти виконання. Кабіна також має трьохточечну підвіску, три вертикально розташовані пружні елементи й три паралельно встановлені гідравлічні амортизатори. Крім цього, установлене ще три горизонтальні гідравлічні амортизатори, два з

яких розташовані по краях кабіни в поперечному напрямку, а третій закріплений у середній крапці уздовж осі симетрії кабіни. Другий варіант цієї підвіски має гідропневматичні пружні елементи з можливістю підтримки кліренсу на заданому рівні. Демпфірування в цьому випадку здійснюється дроселюванням потоку рідини. За допомогою такої віброізолюючої підвіски можна здійснити повну просторову віброізоляцію кабіни крана. Це знаходить застосування на кранах інтенсивного використання при різній твердості пролітної будови.

При використанні підвіски першого варіанта можна здійснити віброізоляцію в діапазоні частот більш 3 Гц, другого варіанта – віброізоляцію в діапазоні частот 2 Гц.

З погляду конструктивного виконання найбільш раціональним є установка гасителя коливань у систему підвіски вантажу (крановий поліспаг).

Можливий розв'язок завдання установкою на систему верхніх блоків гідравлічного гасителя коливань (рис. 9.15), при цьому зрівняльний блок 1 закріплюється на важелі 3 і опирається на раму візка через дві пружини 2. На іншому кінці важеля закріплюється шток гідравлічного гасителя.

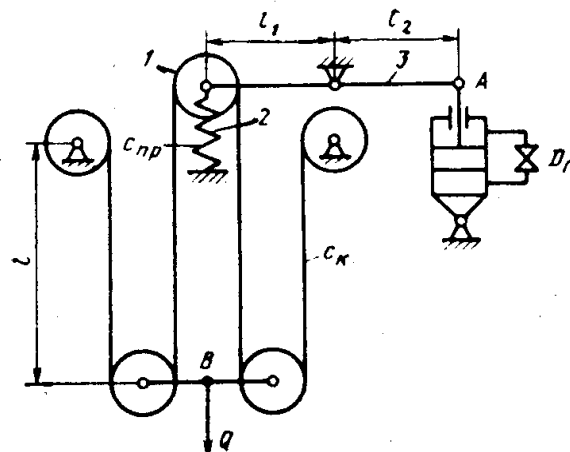


Рисунок 9.15 - Схема гідравлічного гасителя коливань

Приведений коефіцієнт демпфірування такого пристрою зростає при збільшенні передаточного числа важеля 3, і зменшується за рахунок піддатливості канатів, із цієї причини, зокрема, важко досягається ефективність гасіння коливань металоконструкції крана.

Для поглинання енергії пружних коливань віброзахисні пристрої залежно від схеми запасування вантажних канатів включаються в систему підвіски вантажу одним зі способів, показаних на рисунку 9.16. При цьому  $C_q$  й  $v_q$  – відповідно коефіцієнти твердості й опору віброзахисного пристрою,  $C_k$  – коефіцієнт твердості однієї галузі канату,  $m_r$  – маса вантажу, що піднімається.

Однак на практиці майже завжди для досягнення достатнього ступеня ефективності гідродемперів потрібне керування їх параметрами, що дозволило б формувати відповідні характеристики для забезпечення оптимізації демпфірування.

Із цієї позиції використання динамічних гасителів коливань найбільше доцільно. Однак при використанні некерованих динамічних гасителів можливо не тільки збільшення амплітуди коливань, але й виникнення резонансу. Тому одними з найбільш зроблених є динамічні гасителі з регулюванням, у яких при зміні параметрів сили, що обурює, змінюються й параметри гасителя.

Можливе використання системи автоматичного регулювання коефіцієнта загасання за допомогою програмувальної варіації умов дроселювання магнітореологічної рідини (МРЖ) шляхом зміни її в'язкості залежно від намагніченості. Це забезпечує відповідність параметрів гасителя умові резонансного порушення при зміні частоти віброуючого вантажу на гаку вантажної підвіски.

Вантажна підвіска крана (рис. 9.17) містить вантажозахватний орган, виконаний у вигляді гака 1, з'єднаного з обоймою 2 зафіксованого в ній гайкою 3, і блоки 4 на осі 5, закріпленої в щоках обойми 2. На верхній частині обойми 2 установлений корпус 6, виконаний

герметичним і заповнений МРЖ. У корпусі 6 розміщений віброгаситель-стрижень, що представляє собою, 7, на якому між пружинами 8 і 9 установлений поршень 10, що виконує роль додаткової маси, по утворюючій поверхні якого встановлена обмотка електромагніту 11, один вивід якої за допомогою пружини 8 з'єднано з корпусом 6, а другий за допомогою ізольованих тоководів 12 і 13 і пружини 9 – з виходом системи керування віброгасником.

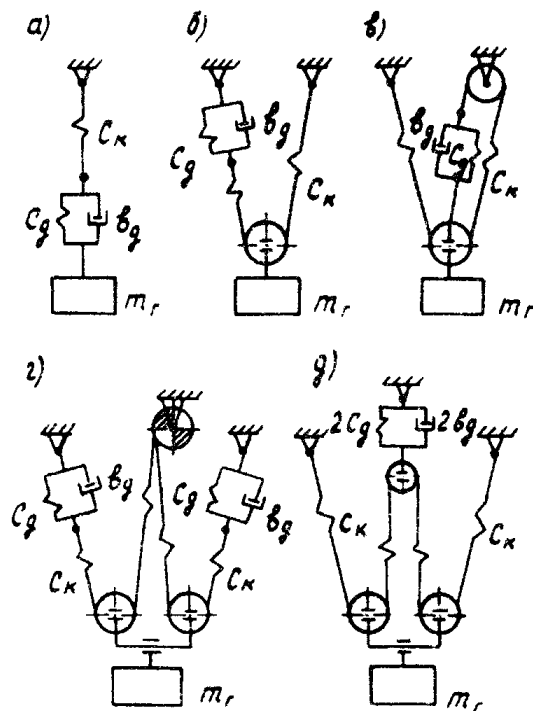


Рисунок 9.16 - Схеми включення віброзахисних пристроїв у систему підвіски вантажу

Система керування містить у собі розміщений на корпусі 6 датчик 14 амплітуди коливань, підсилювач-обмежник 15, блок 16 диференціювання, генератор стабільної частоти 17, ключ 18 керування лічильником, лічильник 19, матрицю 20 пам'яті, перетворювач 21 і підсилювач 22 потужності; при цьому вихід датчика 14 амплітуди коливань з'єднаний із входом підсилювача-обмежника 15, вихід якого підключений до входу блоку 16 диференціювання, вихід останнього й вихід генератора 17 стабільної частоти з'єднані із входом ключа 18, виходи якого підключені до входів лічильника 19, послідовно з'єднаного з матрицею 20 пам'яті й перетворювачем 21, вихід якого через підсилювач 22 потужності з'єднаний з обмоткою електромагніту 11.

Під впливом на вантажозахватний орган сили, що обурює, вібрує вантажу, наприклад віброгасителя, у коливання утягуються як деталі 1...5 підвіски, так і додаткова маса 10.

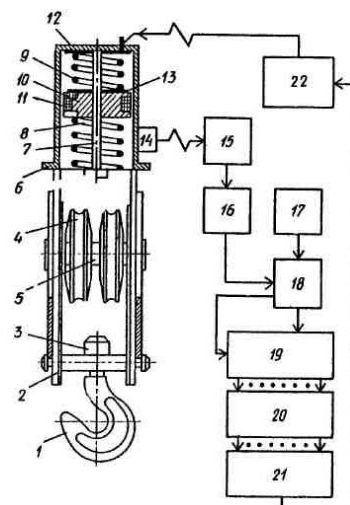


Рисунок 9.17 - Вантажна підвіска із вбудованим керованим динамічним гасителем коливань

Більшість гасителів коливань добре працюють при наявності вантажу, однак можуть виявитися недостатньо ефективними для грейферних і магнітних кранів при раптовому їхнім розвантаженні. Оскільки грейфери й електромагніти в більшості випадків застосовуються на козлових кранах, дуже ефективна установка пристрою, показаного на малюнку 5.8, що полягає зі штанги 1, гідравлічного демпфера 2, і важеля 3. Використання такої конструкції дозволяє знизити амплітуду коливань кранового мосту в 5...8 раз.

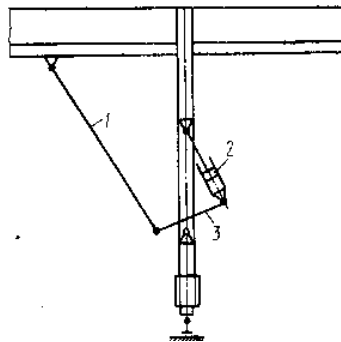


Рисунок 9.18 - Установка важільно-гідравлічного демпфера на опорі козлового крана

У цілому подібні пристрої доцільно застосовувати для козлових кранів з досить високою піддатливістю металоконструкції мосту й опор. Такі пристрої сприяють гасінню поздовжніх коливань мосту, а також коливань, що виникають при русі крана з перекосом.

Ефективність такої конструкції з достатньою точністю можна оцінити шляхом зіставлення потенційної енергії крана при його деформації, і енергії, що розсіюється в демпфері. При цьому необхідно враховувати силу опору амортизатора, а також хід штока.

**Література до лекцій 19-20:** [4] с. 278-340.

#### Контрольні питання до лекцій 19-20

- 1 Наведіть основні заходи підвищення надійності ПТБіДМ.
- 2 В чому полягає сутність процесу динамічного гасіння коливань?
- 3 Які існують механічні пристрої динамічних гасників коливань?
- 4 Наведіть приклади активних вітрозахисних систем.

#### Лекція 21. Реєстрація динамічних навантажень ПТБіДМ

У залежності від загальних прийомів одержання результатів виміри поділяються на наступні види: прямі, непрямі та спільні.

До прямих вимірів відносяться такі, результат яких виходить безпосередньо з досвідчених даних. Вони можуть бути виражені формулою  $y = x$ ,

де  $y$  – шукане значення вимірюваної величини;

$x$  – значення, отримане з досвідчених даних.

До цього виду вимірів відносяться виміри різних фізичних величин за допомогою приладів, градуйованих у встановлених одиницях (наприклад, вимір температури – термометром, напруги – вольтметром і т.д.).

При непрямих вимірах шукане значення величини знаходять на підставі відомої залежності між вимірюваними величинами, одержуваними прямими вимірами. Числове значення шуканої величини можна одержати шляхом обчислення за формулою

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

де  $x_1, x_2, \dots, x_n$  – значення вимірюваних величин.

Як приклад непрямих вимірів можна указати виміру потужності в ланцюгах постійного струму амперметром і вольтметром.

Спільні виміри дозволяють визначати шукані значення різнойменних величин шляхом рішення системи рівнянь, що зв'язують значення шуканих і вимірюваних величин:

$$\begin{cases} F_1 = (y_1, y_2, \dots, x'_1, x'_2, \dots) = 0, \\ F_2 = (y_1, y_2, \dots, x''_1, x''_2, \dots) = 0. \end{cases}$$

Прикладом таких вимірів може бути визначення впливу температури на величину опору в електричних ланцюгах.

У залежності від сукупності прийомів, використання принципів і засобів виміру всі методи вимірів поділяються на метод безпосередньої оцінки і методи порівняння.

Сутність методу безпосередньої оцінки полягає в тому, що про значення вимірюваної величини судять за показанням одного (прямі виміри) або декількох (непрямі виміри) приладів, проградуєваних в одиницях вимірюваної величини або інших фізичних величин, від яких залежить вимірювана величина.

До методів порівняння відносяться всі ті ж виміри, при яких досліджувана величина порівнюється з величиною, відтвореною мірою.

Серед цих методів найбільше часто зустрічаються:

- нульовий, при якому вимірювану величину порівнюють з мірою, що дозволяє результируючий ефект впливу величин (вимірюваної та порівнюваної) довести до нуля;
- метод заміщення, що полягає в почерговому вимірі шуканої величини приладом і вимірі цим же приладом міри, що відтворює величину, яка однорідна вимірюваної;
- метод збігу, при якому різниця між вимірюваною величиною і величиною, відтвореною мірою, визначають, використовуючи збіг оцінок шкал або періодичних сигналів.

Виміри в експериментальних дослідженнях проводяться для одержання достовірної, кількісної інформації про явища і процеси, що відбуваються у вузлах і деталях машин. В області ПТМ за допомогою різних видів вимірів можна робити:

1 дослідження натуральних зразків машин, що працюють у реальних експлуатаційних умовах;

2 дослідження моделей ПТМ у лабораторних умовах;

3 стендові випробування вузлів і деталей ПТМ у лабораторних умовах.

Мета експериментальних досліджень:

- 1 перевірка теоретичних положень;
- 2 випробування нових конструкцій деталей, вузлів, машин у цілому;
- 3 установлення дійсних режимів роботи;
- 4 визначення продуктивності машин;
- 5 вимір параметрів надійності машин.

Усі параметри, що реєструються при інструментальних випробуваннях і дослідженнях ПТМ, можна розділити на наступні групи: навантажувальні, кінематичні, електричні й тимчасові.

До навантажувальних параметрів відносяться: напруги, зусилля, згинальний і крутильний моменти.

Наприклад: напруга вигину на осі барабана кранової лебідки, зусилля в стрічці стрічкового конвеєра, крутильний момент на валові редуктора і т.д.

До кінематичних параметрів відносяться: переміщення, положення, швидкість, прискорення, які реєструються при поступальному та обертальному рухах, положення візка або крана при виконанні операцій, хід зубчастої рейки механізму зміни вильоту стріли, швидкість обертання поворотної частини крана, прискорення вантажу при його підйомі в період пуску механізму, кут відхилення канатів з вантажем від вертикалі та ін.

Електричні параметри включають величину струму й напруги, частоту перемінного струму, витрату потужності й ін.

Наприклад: величина струму в котушці піднімального електромагніта, напруга генератора в дизель-електричному приводі плавучого крана, потужність електродвигуна в приводі гвинтового конвеєра і т.д.

Тимчасові параметри виражаються в одиницях часу, і за допомогою їх реєструється час протікання різних процесів.

Наприклад: час пуску або гальмування механізму крана, машинний час роботи механізмів, час загасання коливань вантажу на канатах, період коливань пружних динамічних навантажень в елементах ПТМ і т.д.

При комплексних дослідженнях ПТМ потрібно реєструвати одночасно до 15-20 різних параметрів. При спеціальних дослідженнях, наприклад, при оцінюванні напруженого стану кранової металоконструкції складної форми, реєструються одночасно близько 40 навантажувальних параметрів.

Для експериментальних досліджень ПТМ застосовуються наступні методи виміру механічних (силових) параметрів: методи муарових смуг і сіток, тендітних і оптично чутливих покриттів, поляризаційно-оптичні методи, розрахунково-експериментальні, тензометричні, рентгенівські.

Навантажувальні й деякі кінематичні (положення, переміщення, прискорення) параметри, що за своєю природою є механічними, визначаються найчастіше методами тензометрії.

Методи тензометрії засновані на зміні деформацій деталей машин і перетворювачів вимірюваних механічних параметрів в електричні. Деформації можна реєструвати і поляризаційно-оптичними методами, шляхом нанесення на деформуючу поверхню тендітних і гальванічних покриттів, за допомогою тензометричних перетворювачів.

Рентгенівські методи засновані на явищі інтерференції рентгенівських променів, що проходять через кристалічні ґрати матеріалу деталі.

Поляризаційно-оптичні методи базуються на використанні пружньо-пластичного ефекту для зміни механічних напруг у моделях деталей, виконаних із прозорого матеріалу, геометрично подібних до реальних деталей. Пружньо-пластичний ефект полягає в появі в різних прозорих матеріалах (наприклад, оргскло) подвійної променезаломлюваності під дією механічних напруг.

В основу методу тендітних покриттів покладений ефект утворення тріщин під дією навантажень на деталь у тонкому шарі тендітного покриття, попередньо нанесеного на поверхню деталі.

При гальванічному, наприклад, мідному покритті деталі, що працює при повторно-перемінному навантаженні, на її поверхні з'являються темні плями. Розмір і колірна інтенсивність плям збільшуються зі збільшенням числа циклів навантажень і величини напруги в кожному циклі.

Тензометричні перетворювачі, або тензометри, поділяються на наступні типи: механічні, оптичні, пневматичні, акустичні, електричні. В умовах великих швидкостей, високого рівня перемінних навантажень елементів машин найбільший практичний інтерес викликають електричні тензометри. У свою чергу, електричні тензометри поділяються на наступні види: опору, індуктивні, ємнісні, п'єзоелектричні й індукційні, котрі дозволяють вимірювати силові, кінематичні й інші параметри за допомогою електричних величин.

Розбивка засобів вимірів на ланки може бути зроблена за різними ознаками, найчастіше за призначенням.

Призначення кожного з вузлів досить чітко визначено його найменуванням. Перетворювач є пристроєм, що забезпечує сприйняття вимірюваної вхідної величини (сили, швидкості, тиску та ін.) і перетворення її у величину, зручну для передачі за лінією зв'язку, посилення, виміри або реєстрації електричними засобами. Поряд з терміном «перетворювач» у технічній літературі зустрічається інший термін «давач», що має однакове з першим значення. Первинні перетворювачі являють собою механічні пристосування, найчастіше пружні елементи, що, з одного боку, дозволяють перетворити (за величиною, напрямком, видом напруженого стану для деформації та ін.) деформацію досліджуваного елемента машини і, з іншого боку, більш зручні для установки на них тензодавачів. Наприклад, для виміру навантажень у канаті тензодавач неможливо установити безпосередньо на канат.

Тому в цьому випадку застосовується первинний перетворювач механічного сигналу у виді металевої шини (рис. 10.1, а), що працює, як і канат, на розтягання. Це приклад застосування первинного перетворювача з «пасивним» давачем, тобто з давачем, що дозволяє змінювати одну з електричних величин (у даному випадку опір) вимірювально-інформаційної системи (ВІС),

Прикладом застосування первинного перетворювача «активного» датчика є застосування тахогенератора для виміру частоти обертання вала виконавчого механізму ПТМ (рис. 10.1, б), що виробляє ЕРС, вимірювану за допомогою ВІС.

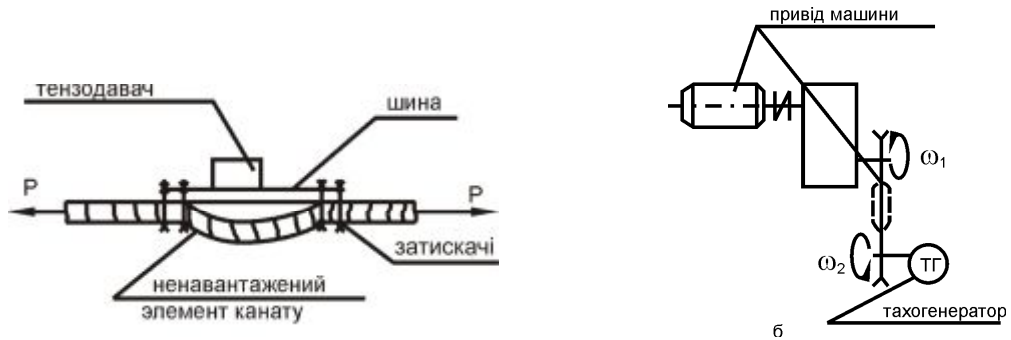


Рисунок 10.1 – Схеми застосування перетворювачів з «пасивним» датчиком (а) у виді тензодавача і «активним» – у виді тахогенератора (б)

До проміжних перетворювачів відносяться, наприклад, потенціометричні і мостові схеми, у які включаються тензодавачі. У них зміна опору тензодавачів перетворюється в зміну електричного сигналу на виході проміжного перетворювача. Проміжними перетворювачами є тензопідсилювачі, що підсилюють вихідний сигнал мостових схем або потенціометричних перетворювачів.

Вимірювальні прилади дозволяють одержувати вимірювальну інформацію про досліджувані параметри у виді, зручному для сприйняття дослідником. Класифікація тензометричних приладів показана на рис. 10.2.

У практиці досліджень ПТМ найбільше поширення одержали прилади, що реєструють: осцилографи і самозаписувач.

Для експериментального визначення напружно-деформуваного стану деталей і вузлів ПТМ застосовуються методи і засоби, які можна розділити на наступні групи: рентгеновські; поляризаційно-оптичні; муарових смуг; тендітних покриттів; методи, засновані на перетворенні деформацій поверхні об'єкта дослідження за допомогою датчиків опору, тобто тензодавачів.

Для тензодавачів заснована на зміні параметрів електричного ланцюга тензометра (зміна опору) під дією деформацій.

Чуттєві елементи тензодавачів можуть бути виконані у виді петлеподібної решітки з тонкого дроту або фольги, або у виді пластинки монокристалу з напівпровідникового матеріалу.

Широке розповсюдження тензорезисторів як універсального засобу виміру деформацій порозумівається можливостями виміру деформацій при різних розмірах бази, починаючи з десятих часток міліметра, а також дистанційних вимірів у великому числі точок.

Тензодавачам властиві й деякі недоліки: неможливість індивідуального градуювання, можливість тільки однократного використання та ін.

У залежності від виду чуттєвого елемента дрові тензодавачі підрозділяються на чотири групи:

- 1 – тензодавачі загального призначення із плоскої петлевої решітки на натягнутому дроті діаметром 10-30 мкм із базами від  $l = 2$  мм до  $l = 100$  мм;
- 2 – тензодавачі з двошаровою петлевою решіткою з базами  $l = 1-3$  мм;
- 3 – тензодавачі з плоскою безпетлевою багатодротовою решіткою з базами  $l = 3-200$  мм;
- 4 – тензодавачі безпетлеві однодротові з базами  $l = 1-10$  мм.

Найбільше поширення одержали тензодавачі 1-ї групи. Вони виготовляються відповідно до ТУ 25-01-100-68 наступних типів:

- 1) 2ПКВ – прямокутні дрові константанові на паперовій основі;
- 2) 2ПКП – прямокутні дрові константанові на плівковій основі;
- 3) 2ФКП – прямокутні фольгові константанові на плівковій основі;
- 4) 2ФКР – розеткові фольгові константанові на плівковій основі;



5) 2ФКМ – мембранні фольгові константанові на плівковій основі.

Деякі види тензодавачів, їхня конструкція, призначення і габаритні розміри наведені в таблиці 2.1.

Тензодавачі, крім типу 2ПКП, виготовляються двох груп за температурою, необхідною для наклепки:

1) тензодавачі з температурою наклепки не більш + 30°C, позначення Х.

2) тензодавачі з температурою наклепки не більш 180°C, позначення І.

Тензодавачі при виготовленні підбираються в групи не менш 30 штук для типу 2ПКБ і не менш 10 штук для типів 2ПКП і 2ФКП.

Позначення дрових тензодавачів: перша буква (П) указує на те, що решітка виконана з дроту; матеріал тензорешітки поданий з другою буквою (К – константа); третя буква визначає основу (Б – паперова, П – плівкова); далі зазначають величину бази і номінальний опір.

Для фольгових тензодавачів прийняте наступне позначення: Ф – фольгові ґрати, К – константанові. Форма ґрат: П – пряма; Р – розеткова; М – мембранна.

Конструктивно дрові тензодавачі являють собою спіраль (решітку), що складається з декількох петель (витків) дроту, наклеєних на тонку паперову або лакову (плівкову) основу. Зверху решітка закрита тонким папером або плівкою.

Для плівкової основи використовують бакілітовий лак і клей БФ-2, що діють при температурах від -40 до +70°C.

Принцип роботи тензодавача заснований на тому, що стиск або розтягання деталі з наклеєними тензодавачем викликає пропорційне розтягання або стиск дроту решітки, у результаті чого змінюються її довжина, поперечний переріз і питомий опір, що в кінцевому рахунку приводить до зміни електричного опору дроту. Так, якщо у вихідному стані електричний опір дроту

$$R = \rho \frac{l}{F},$$

де  $\rho$  – питомий опір матеріалу дроту, Ом/м;  $l$  – початкова довжина деформуємої ділянки дроту, мм;  $F$  – площа перетину дроту, мм<sup>2</sup>;

то при розтяганні дроту його опір зміниться на величину  $\Delta R$  і складе  $R + \Delta R$ .

Відносна зміна опору тензодавача визначається зі співвідношення

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta l}{l} (1 + 2\mu),$$

де  $\Delta l$  – зміна довжини;  $\mu$  – коефіцієнт Пуассона.

Частка від розподілу відносної зміни опору на відносну зміну довжини провідника в межах пружної деформації характеризується постійною величиною

$$\frac{\frac{\Delta R}{R}}{\frac{\Delta l}{l}} = \frac{\Delta R}{R} l = k,$$

де  $k$  – коефіцієнт тензочуттєвості.

Величина коефіцієнта тензочуттєвості  $k$  залежить від властивостей матеріалу, з якого виготовлений тензодавач і складається для датчиків, зазначених у таблиці 2.1

$$k = 2 \pm 0,2.$$

Номінальний робочий струм для датчика при наклепці на металеві деталі складає 30 мА.

Викликана деформацією зміна опору тензодавача досить мала і коливається від 1 мОм до 0,01 Ом. Для виміру цих змін використовуються в основному двох схем: потенціометрична й мостова, причому більш досконалі є добре відомі мостові схеми, подані на рис. 2.1.

У такій схемі для виключення на виході моста початковий постійний складової, міст повинний бути урівноважений. Умовою рівноваги є відоме співвідношення

$$R_1 R_4 = R_2 R_3.$$

У тензометрії застосовуються як урівноважені, так і неурівноважені мости. Вимірювальний міст складається з чотирьох опорів (рис. 2.1, а ... е)  $R_1, R_2, R_3, R_4$ . До точок 1 і 2, що називаються діагоналлю живлення, підводиться електричний струм, із точок 3, 4

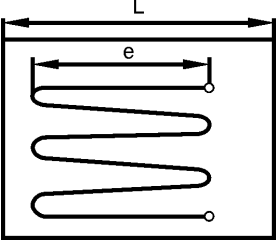
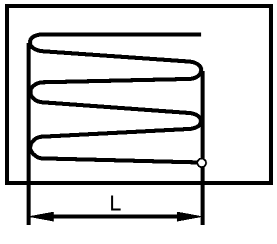
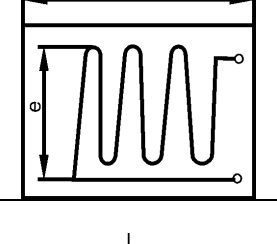
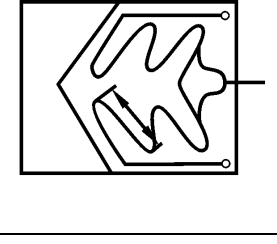
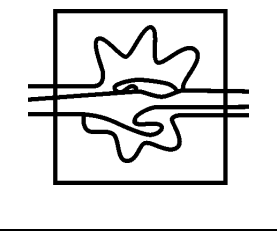
вимірювальної діагоналі знімається електричний струм або напруга  $I_M$  або  $U_M$ . При живленні мостових схем постійним струмом для зрівноважування застосовуються схеми, подані на рис. 2.1, а, в. Перемінним опір  $R_6$  змінюється співвідношення опорів  $R_2$ , і  $R_3$  до виконання рівності (2.4).

У мостову схему можна поміщати один (рис. 10.3, г), два (рис. 10.3, д) або чотири робочих датчика (рис. 10.3, е).

Для підвищення чутливості й точності вимірів за допомогою мостових схем необхідно дотримуватися наступних правил включення тензодавачів:

- 1) при одному робочому датчику в напівмосту повинний включатися інший такий же датчик, причому він наклеюється на такий же матеріал, що і робочий;
- 2) два датчики з однаковим знаком деформації необхідно поміщати в протилежні плечі мостової схеми, а два датчики з різним знаком – у сусідні плечі. При цьому буде відбуватися подвоєння вихідної напруги мостової схеми.

Конструкції тензодавачів і їхнє позначення

Позначення типів	Конструктивне виконання	Позначення	Основні параметри		
			База, мм	Довжина, мм	Опір, Ом
2ПКБ		2ПКБ-5-50	5	17	50
		2ПКБ-10-100	10	22	100
		2ПКБ-20-200	20	32	200
		2ПКБ-30-400	30	42	400
2ПКП		2ПКП-5-50	5	17	50
		2ПКП-10-100	10	22	100
		2ПКП-20-200	20	32	200
		2ПКП-30-400	30	42	400
2ФКПД		2ФКПД-5-50	5	24	50
		2ФКПД-5-100	5	37	100
		2ФКПД-5-200	5	37	200
2ФКРВ		2ФКРВ-3-100	3	9	100
		2ФКРВ-5-50	5	16	50
		2ФКРВ-5-100	5	23	100
		2ФКРВ-5-100	5	23	100
		2ФКРВ-10-100	10	23	100
2ФКМ		2ФКМ1-20-50	20	24	50
		2ФКМ1-20-100	20	24	100
		2ФКМ1-30-100	30	34	100
		2ФКМ1-30-200	30	34	200

Невдале застосування дротових тензодавачів порозумівається поганим їх наклеюванням. Дуже часто мала їхня чутливість, нестабільність, різниця в показаннях при однакових деформаціях різних знаків викликаються поганим з'єднанням датчика з досліджуваною деталлю.

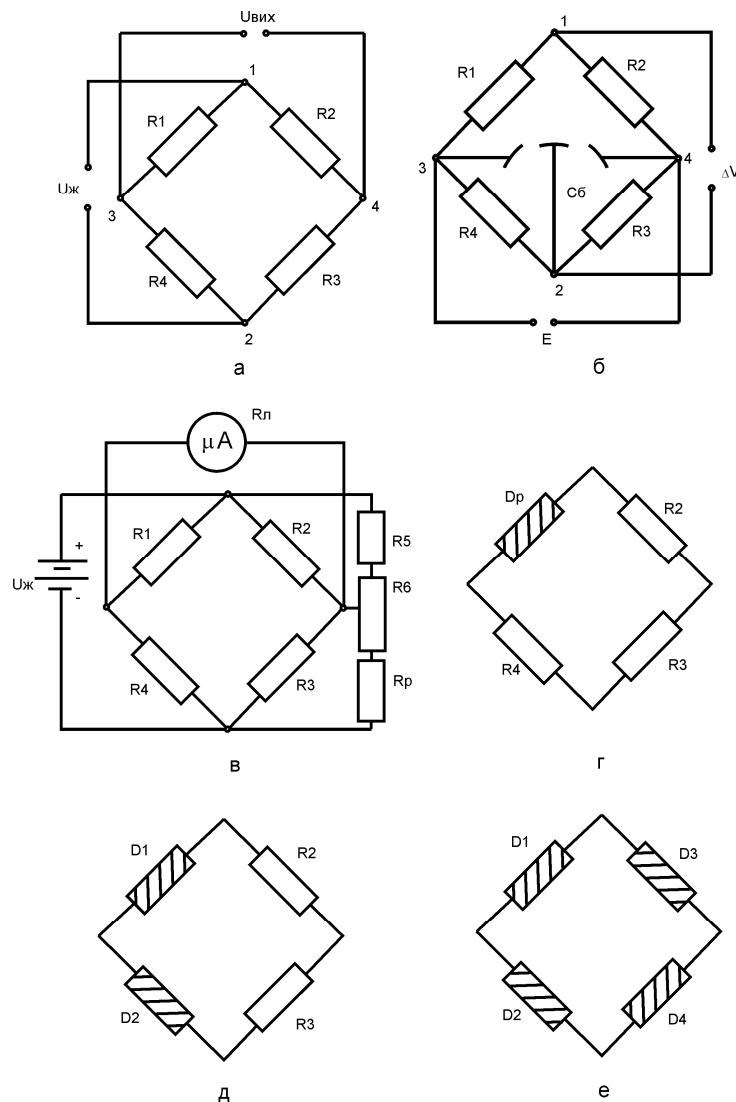


Рисунок 10.3 – Схеми з'єднання тензодавачів для виміру деформацій і сил

У процесі підготовки поверхні та наклейки тензодавачів необхідно виконувати наступне:

1) очистити від іржі й окалини місце, де буде наклеювання датчика. Чистота обробки поверхні місця наклейки повинна бути для випробовуваних конструкцій не нижче  $Ra3,2$ . Поверхню довести до матового відтінку шліфувальною шкуркою, задаючи штрихи перпендикулярно напрямкові решітки тензодавача;

2) за допомогою тампона поверхню деталі, призначеної для наклейки, промивається ацетоном, щоб зняти масляні і жирові плівки;

3) просушити промиту поверхню 5...10 хвилин при кімнатній температурі;

4) під місця пайки з нижньої сторони основи тензодавача клеєм БФ-2 підклеїти смужку (8 x 10 мм) конденсаторного папера, попередньо покриту по обидва боки клеєм БФ-2 і просушену не менш двох годин при кімнатній температурі;

5) на поверхні деталі нанести рівномірний тонкий (0,020...0,030 мм) шар клею БФ-2;

6) нижню сторону основи тензодавача та смужку конденсаторного папера покрити клеєм БФ-2. Накласти тензодавач на підготовлений підшар і через целофанову прокладку прокатати гумовим валиком;

7) за допомогою омметра перевірити наклеєний тензодавач на цілісність ланцюга та відсутність короткого замикання на корпус деталі;

8) витримати при кімнатній температурі не менш 20 хвилин; 9) покрити тензодавач клеєм так, щоб клейова плівка виходила за контур тензодавача навколо вивідних провідників у місця пайки і під провідниками за всією довжиною конденсаторного папера;

10) витримати датчик при кімнатній температурі не менш двох годин, помістити в сушильну шафу й віддати до теплової обробки;

11) замірити опір тензодавача за допомогою моста постійного струму;

12) за допомогою мегомметра перевірити опір ізоляції (не менш 10000 МОм).

В умовах постійних і перемінних деформацій у чуттєвому елементі та тензодавачі можуть відбуватися структурні зміни, що призводять до зміни їх електричних і механічних властивостей, тобто вимірювальних характеристик. Так як характеристики тензодавачів не стабільні в часі, це призводить до збільшення погрішності виміру, варто попередньо вивчити їхню роботу в даних умовах і визначити деякі додаткові параметри: чутливість, повзучість і гістерезис.

Чутливістю тензодавача до деформації називається відношення відносного збільшення опору тензодавача  $\left(\frac{\Delta R}{R}\right)\mathcal{E}$ , наклеєного на рівномірно розтягнуту або стиснуту поверхню, до викликаючої це збільшення лінійної деформації ( $\mathcal{E}$ ) поверхні в напрямку осі тензодавача

$$S_i = \frac{\left(\frac{\Delta R}{R}\right)\mathcal{E}}{\mathcal{E}}.$$

Визначення чутливості, а надалі й тарування тензодавача може здійснюватися на спеціальних балках, деформацію яких при визначених навантаженнях обчислюють за прогином. Рекомендується застосовувати установку з балкою постійного перетину, що навантажується чистим вигином. У цьому випадку деформацію тензодавача  $\mathcal{E} = \left(\frac{\Delta l}{l}\right)$ ,

установленого на поверхні балки, обчислюють за формулами:

– при установці прогиноміра (індикатора) на увігнутій стороні балки

$$\mathcal{E} = \frac{4(h + 2\Delta h)}{L^2 + 4f^2 + 4fh};$$

– при установці прогиноміра на опуклій стороні балки

$$\mathcal{E} = \frac{4(h + 2\Delta h)}{L^2 + 4f^2 - 4fh},$$

де  $h$  – товщина балки, мм;  $\Delta h$  – відстань від поверхні балки до середини чуттєвого елемента тензодавача, мм;  $f$  – прогин балки на базі  $L$ , мм. Отриманий при навантаженні рівнозначними вантажами ступенево, число яких повинно бути не менш п'яти, а час навантаження не повинний перевищувати 2 хв на ступінь. Температура навколишнього середовища повинна бути в межах  $25 \pm 10^\circ\text{C}$  і не повинна змінюватися за час іспитів більш ніж на  $1^\circ\text{C}$ .

За отриманим значенням вихідних сигналів обчислюються для кожного ступеня середнє значення відносної лінійної деформації і відносне збільшення опору. Обчислені значення чутливості порівнюються зі значеннями, зазначеними в технічних даних для датчиків. При відсутності погрішності до 5 % виробляються подальші дослідження.

Тарування вимірювальної схеми з тензодавачами полягає у визначенні тарувального коефіцієнта, що являє собою відношення величин лінійного відхилення світлового променя («зайчика») на екрані осцилографа до величини зміни одиничного електромеханічного параметра.

Можливі два типи тарування: прямий і непрямий. Найбільш точною є пряме тарування вимірювальної схеми. Наприклад, для виміру сили, що розтягує, створюється відоме навантаження, прикладене так, як буде прикладатися невідоме навантаження під час роботи машини, і фіксуються відхилення світлового променя.

Схеми наклейки і з'єднання тензодавачів при вимірюванні різних деформацій

Вимірювана деформація, напруга, сила	Схема розташування тензодавача при вимірі на деталі	Електрична схема при вимірі
Розтягання (стиск)		
Вигин		
Крутіння		
Сила, що перерізує		

Якщо не можна зробити відоме навантаження, визначають функціональну залежність між механічною напругою, що виникає в деталі машини, і зовнішнім навантаженням. Тарування схеми полягає у визначенні значень вихідного струму при відповідних значеннях механічних напруг.

Деякі тензометричні підсилювачі мають спеціальні тарувальні пристрої, виконані за принципом балки чистого вигину.

Тарувальний пристрій складається з балки прямокутного перетину  $R \times t$  на двох опорах, балка навантажується симетричними силами (або одною силою, прикладеною в центрі) [2]. Між опорами балка піддається чистому вигинові і, отже, має постійну відносну деформацію поверхневих шарів, що дозволяє наклеювати датчики в будь-якому місці за всією довжиною.

Механічні напруги на поверхні чистого вигину можна визначити за формулою

$$\sigma = E \cdot \varepsilon,$$

де  $E$  – модуль пружності сталі (Ст 45), мПа;

$\varepsilon$  – відносне подовження поверхні балки.

Використовуючи вираження (3.6), одержимо залежність для визначення тарувального коефіцієнта  $K_m$  вимірювальної системи

$$K'_m = \frac{\sigma_i}{l_i},$$

де  $l_i$  – відхилення світлового променя, мм;

$\sigma_i$  – напруга в чуттєвому елементі, мПа.

Знаючи розміри чуттєвого елемента, можна визначити зусилля  $P_i$ , що діють на нього, і тяговий орган кран-балки:

$$P_i = \sigma_i \cdot a \cdot b,$$

де  $a$  і  $b$  – товщина і ширина пластини, мм.

Тарування роблять за схемою. Гак установлюється на визначеній висоті  $H$  і потім робиться запис на осцилограф нульової лінії, тобто запис при відсутності навантаження в канатах. Потім навантаження ступенево збільшують до деякої величини, бажано до номінальної вантажопідйомності лебідки, і на кожному ступені виробляється запис на осцилограф. Далі навантаження ступенево знімається до нуля з реєстрацією на осцилограф кожного ступеня. Тарувальний коефіцієнт визначається за залежністю

$$K_m = \frac{P_i}{l_i}, \quad (3.9)$$

де  $P_i$  – навантаження на гаку;  $l_i$  – відхилення світлового променя.

У будь-якій дослідницькій роботі, у тому числі при іспитах деталей і вузлів ПТМ, одним з найважливіших факторів вірогідності й об'єктивності результатів роботи є правильність обробки отриманих даних. Обробка результатів реєстрації обмірюваних величин і обчислення ймовірних характеристик випадкових процесів може бути виконана простим «ручним» способом або за допомогою ПЕОМ.

Мета обробки осцилограм – систематизувати коливання навантаженості деталей і вузлів, визначити кількість і межі експериментальних значень.

У загальному виді обробка результатів досліджень включає наступні етапи:

- 1) попередні роботи:
  - припустити необхідний рівень довірчої імовірності (надійності) або рівень значимості;
  - установити за нормативними документами або прийняти (при їхній відсутності) припустимий рівень помилки у визначенні вимірів величини;
  - розрахувати необхідне число вимірів до початку випробувань;
  - зробити вибір вимірювального устаткування;
- 2) розрахунок базових характеристик ряду:
  - визначити середнє арифметичне ряду;
  - розрахувати дисперсію або середньоквадратичне ряду;
- 3) Визначення якості проведених вимірів:
  - установити наявність грубих помилок;
  - розрахувати достатність числа вимірів;
  - перевірити нормальність розподілу;
  - перевірити однорідність дисперсії;
- 4) установлення статистичних характеристик:
  - визначити довірчі інтервали;
  - виконати аналіз отриманих результатів.

У залежності від конкретних задач частина зазначених розрахунків може бути опущена, якщо це дозволить знизити трудомісткість обробки результатів вимірів без погіршення якості.

**Література до лекції 21:** [17].

### **Контрольні питання до лекції 21**

- 1 З якою метою проводяться дослідження динамічних процесів?
- 2 Які прилади використовуються для реєстрації динамічних навантажень ПТБіДМ?

## Навчально-методичні матеріали

- 1 Никитин К.Д., Марьясов В.Г., Специальные металлургические краны. - Красноярск: Изд-во Красноярского ун-та, 1989. - 232с.
- 2 Петухов П.З., Ксюнин Г.П., Серлин Л.Г. Специальные краны. - М.: Машиностроение, 1985. - 248 с.
- 3 Лобов Н.А. Динамика грузоподъемных кранов. - М.: Машиностроение, 1987. - 157 с.
- 4 Огурцов А.П., Мамаев Л.М., Скрипник Е.Т., Зінченко В.І. Механіка віброактивності та вітрозахисту машин. - К.: НМЦ ВО МОНУ, 2002. - 368с.
- 5 Ловейкин В.С., Нестеров А.П. Динамическая оптимизация подъемных машин. - Луганск: Изд-во СНУ, 2002. - 368 с.
- 6 Справочник по кранам: В 2 т. / М.П.Александров, М.М.Гохберг, А.А. Ковин и др.; Под общ. Ред. М.М.Гохберга. - Л.: Машиностроение, 1988. - Т. 1. - 536 с.
- 7 Гайдамака В.Ф. Грузоподъемные машины. - К.: Выща школа, 1989. - 328 с.
- 8 Справочник по кранам: В 2 т. / М.П.Александров, М.М.Гохберг, А.А.Ковин и др.; Под общ. Ред. М.М.Гохберга. - Л.: Машиностроение, 1988. - Т. 2. - 559 с.
- 9 Вайнсон А.А. Подъемно-транспортные машины. - М.: Машиностроение, 1975. - 431 с.
- 10 Герасимьяк Р.П., Параил В.А. Электроприводы крановых механизмов. - М.: Энергия, 1970. - 133 с.
- 11 Спиваковский А.О., Дьячков В.К. Транспортирующие машины. - М.: Машиностроение, 1983. - 478 с.
- 13 Комаров М.С. Динамика грузоподъемных машин. - М.: Машиностроение, 1962. - 264 с.
- 14 Панкратов С.А. Динамика машин для открытых горных и земляных работ. - М.: Машиностроение, 1967. - 442 с.
- 15 Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов. - Киев: Наук. думка, 1988. - 736 с.
- 16 Казак С.А. Динамика мостовых кранов. - М.: Машиностроение, 1967. - 331 с.
- 17 Гоберман Л.А., Степанян К.В., Яркин В.С., Заленский В.С. Теория, конструирование и расчет строительных и дорожных машин. - М.: Машиностроение, 1979. - 407с.
- 18 Баловнев В.И. Моделирование процессов взаимодействия со средой рабочих органов дорожно-строительных машин. - М.: Высш.шк., 1981.-335с.
- 19 Расчеты крановых механизмов с применением электронных таблиц EXCEL: Учебное пособие для студентов технических вузов / А.М.Маковский, П.Ф.Лях, И.А.Лукьянов. - Краматорск: ДГМА, 2003–172с.
- 20 Назаренко І. І. Машини для виробництва будівельних матеріалів. - К.: КНУБА, 1999. - 488с.